

Maria Marciele de Lima Silva

**Modelagem volumétrica a partir de estimativas de alturas em clones de *Eucalyptus* em Araripina-PE**

RECIFE – PE

FEVEREIRO DE 2021



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS GRADUAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM BIOMETRIA E ESTATÍSTICA APLICADA

**Modelagem volumétrica a partir de estimativas de alturas em  
clones de *Eucalyptus* em Araripina-PE**

Dissertação apresentada ao curso de  
mestrado em Biometria e Estatística  
Aplicada, como pré-requisito para  
obtenção do título de mestre.

Área de concentração: Biometria e  
Estatística Aplicada

Orientador: Prof. Dr. José Antônio  
Aleixo da Silva

RECIFE – PE

FEVEREIRO DE 2021

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação  
Universidade Federal Rural de Pernambuco  
Sistema Integrado de Bibliotecas  
Gerada automaticamente, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

---

S586m Silva, Maria Marciele de Lima  
Modelagem volumétrica a partir de estimativas de alturas em clones de Eucalyptus em Araripina-PE /  
Maria Marciele de Lima Silva. - 2021.  
60 f. : il.

Orientador: Jose Antonio Aleixo da Silva.  
Inclui referências e apêndice(s).

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Programa de Pós-Graduação em  
Biometria e Estatística Aplicada, Recife, 2021.

1. Ajuste de modelos. 2. Experimentação florestal. 3. Estimativas. I. Silva, Jose Antonio Aleixo da,  
orient. II. Título

CDD 519.5

---

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS GRADUAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM BIOMETRIA E ESTATÍSTICA APLICADA

**Modelagem volumétrica a partir de estimativas de alturas em clones de *Eucalyptus* em Araripina-PE**

Maria Marciele de Lima Silva

Dissertação apresentada ao curso de mestrado em Biometria e Estatística Aplicada, como pré-requisito para obtenção do título de mestre.

Orientador:

---

**Prof. Dr. José Antônio Aleixo da Silva**  
Orientador

Banca examinadora:

---

**Prof. Dr. Rinaldo Luiz Caraciolo Ferreira**  
Universidade Federal Rural de Pernambuco  
(UFRPE)

---

**Prof. Dr. Moacyr Cunha Filho**  
Universidade Federal Rural de Pernambuco  
(UFRPE)

*Aos meus pais e aos meus  
irmãos, que sempre me  
apoiaram, incentivaram, e  
nunca mediram esforços para  
que estivessem ao meu lado.  
Com amor, dedico!*

## Agradecimentos

A Deus, por todo seu amor para comigo, ter me dado a vida e forças para lutar a cada instante, ter me protegido e abençoado todos os dias, me proporcionado alcançar cada conquista e também por me presentear com tantas pessoas boas para estarem comigo nessa caminhada.

Aos meus pais, base familiar indispensável, Maria Helena Benvindo de Lima Silva e José Faustino da Silva Irmão, por serem meus maiores exemplos e luzes na minha vida, por todo amor, apoio, cuidado, paciência, incentivo e dedicação durante toda minha trajetória.

Aos meus irmãos, Márcia Maria, Marcos Antônio e José Maciel, por serem exemplo de união, estarem sempre ao meu lado, me entenderem e buscarem transmitir os melhores ensinamentos de vida, contribuindo assim com o meu desenvolvimento. E aos demais familiares que estão sempre na torcida pela minha vitória.

Ao meu orientador, Prof. Dr. José Antônio Aleixo da Silva, por todos os ensinamentos, atenção, disponibilidade, dedicação e suporte para a conclusão desta pesquisa.

À banca examinadora, Prof. Dr. Moacyr Cunha Filho e Prof. Dr. Rinaldo Luiz Caraciolo Ferreira, pelo aceite e disponibilidade de ler e contribuir para este trabalho.

À Universidade Federal Rural de Pernambuco, em especial ao Departamento de Informática e Estatística Aplicada, por ceder o espaço necessário para aprendizado ao longo do curso.

A todos que formam o Programa de Pós-Graduação em Biometria e Estatística Aplicada, especialmente ao seu corpo docente pelos ensinamentos e contribuições para meu desenvolvimento acadêmico.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES (Código de Financiamento 001), pela concessão da bolsa de estudos da pós-graduação.

À Natália Moraes, por ser como irmã para mim, ser exemplo de superação, me ensinar ainda mais a amar e valorizar o próximo, não deixar que eu desanimasse a cada dificuldade encontrada, por estar sempre comigo partilhando momentos únicos e por toda ajuda desde que nos conhecemos.

A Lucas Amaral, por sua amizade, humildade e todo auxílio, dedicação e paciência ao transmitir seus conhecimentos.

Aos amigos feitos no Programa de Pós-Graduação em Biometria e Estatística Aplicada, em especial a Gabriela Isabel, João Rocha, Henrique Santos, Eduardo Silva, Elielma Santana, Catiane Barros, Camila Ribeiro, e Filipe Mendonça pela ajuda durante as disciplinas e por partilharem experiências valiosas. E também a Wesley Lima que se prontificou a ajudar desde a primeira oportunidade e se manteve disponível durante todo o desenvolvimento da pesquisa.

A Wagner Leão por toda paciência e força transmitida ao se manter presente todo o tempo independente da distância geográfica, com muito apoio e incentivo, sempre reforçando o quão devemos ser gratos.

À Camila Nascimento, Ellida Rafaela, Jadiane Mendonça, Epaminondas Soares, Jonnathan Felipe, Susane Alves e Amanda Evaristo, por contribuírem indiretamente para que eu concluísse essa etapa, não terem se afastado mesmo em meio a tantas obrigações, e me encorajarem a lutar cada vez mais pelos meus sonhos.

Por fim, aos que colaboraram de forma direta e indireta para a conclusão de mais uma etapa em minha trajetória acadêmica.

*Bem-aventurado o homem que  
põe no Senhor a sua confiança.  
(Bíblia Sagrada, Salmo 40:4)*



## Resumo

Na Ciência Florestal, a modelagem volumétrica permite a inclusão de novas variáveis durante o ajuste de modelos, com isto esta técnica tem sido considerada efetiva para obter estimativas de maior precisão em relação ao volume real da árvore, no entanto, a eficiência dos modelos depende da espécie analisada, das condições em que ela se encontra e da precisão dos dados coletados. Desta forma, a presente pesquisa teve como objetivo ajustar modelos lineares usuais para estimativa de altura de árvores, em função de diâmetros obtidos durante a cubagem rigorosa e sua altura estimada da árvore em pé ( $H_e$ ), de modo que forneça estimativas mais próximas da altura real, e a partir da incorporação deste, realizar dois ajustes sob os modelos de Spurr, Spurr – não linear, Schumacher – Hall, e Silva – Bailey com o intuito de identificar a equação que forneça estimativas volumétricas mais consistentes com base no Índice de Schlaegel (I.A.), no erro padrão da estimativa ( $S_{yx}$ ) e na análise da dispersão gráfica dos resíduos. Para isto, foram utilizados dados de um experimento composto por três clones de *Eucalyptus* plantados em densidades diferentes em Araripina – PE. Assim, a melhor estimativa para a altura foi obtida por meio da equação gerada em função de  $H_e$  e dos diâmetros medidos a 50 cm, 150 cm e 170 cm. Além disto, visando a incorporação da altura ajustada no ajuste dos modelos volumétricos, foram realizados dois ajustes diferentes, em que, o primeiro indicou a equação gerada pelo modelo de Silva - Bailey ajustado (DAP, Ht, Haj,  $H_e$ ) como a mais eficiente, enquanto que o segundo ajuste, apresentou maior precisão nas estimativas resultantes da equação fornecida pelo modelo de Spurr ajustado (diâmetros, Ht, Haj). Contudo, de acordo com os critérios de seleção de ajuste, o ajuste II fornece a equação mais adequada para estimativas volumétricas, com a inclusão de Haj de clones de *Eucalyptus* plantados no Polo Gesseiro do Araripe, Araripina – PE.

**Palavras-chave:** Ajuste de modelos, Experimentação florestal, Estimativas.

## Abstract

In Forestry Science, volumetric modeling allows the inclusion of new variables during model adjustment, with this technique has been considered effective to obtain estimates of greater precision in relation to the actual volume of the tree, however, the efficiency of the models depends on the analyzed species, the conditions in which it is found and the accuracy of the data collected. Thus, the present research aimed to adjust usual linear models to estimate the height of trees, in function of diameters obtained during rigorous cubing and their estimated height of the standing tree ( $H_e$ ), so that it provides estimates closer to the height real, and from the incorporation of this, make two adjustments under the models of Spurr, Spurr - nonlinear, Schumacher - Hall, and Silva - Bailey in order to identify the equation that provides more consistent volumetric estimates based on the Schlaegel Index (I. A.), in the standard error of the estimate ( $S_{yx}$ ) and in the analysis of the graphic dispersion of the residues. For this, data from an experiment composed of three *Eucalyptus* clones planted in different densities in Araripina - PE were used. Thus, the best estimate for height was obtained using the equation generated as a function of  $H_e$  and the diameters measured at 50 cm, 150 cm and 170 cm. In addition, in order to incorporate the adjusted height in the adjustment of the volumetric models, two different adjustments were made, in which, the first indicated the equation generated by the adjusted Silva - Bailey model (DAP, Ht, Haj,  $H_e$ ) as the most efficient, while the second adjustment showed greater precision in the estimates resulting from the equation provided by the adjusted Spurr model (diameters, Ht, Haj). However, according to the fit selection criteria, fit II provides the most appropriate equation for volumetric estimates, with the inclusion of Haj from *Eucalyptus* clones planted at the Gesseiro do Araripe Pole, Araripina - PE.

**Keywords:** Model adjustment, Forest experimentation, Estimates.

## Lista de figuras

Figura 1 -	Mapa com destaque aos municípios que compõem o Polo Gesseiro do Araripe.....	4
Figura 2 -	Clinômetro de <i>Haglöf</i> (a); Hipsômetro de Blume-Leiss (b); Hipsômetro de Haga (c); Hipsômetro de Suunto (d).....	8
Figura 3-	Esquematização da coleta dos diâmetros durante a cubagem rigorosa.....	19
Figura 4 -	Comparação entre as alturas totais e as alturas ajustadas.....	24
Figura 5 -	Análise gráfica dos resíduos da equação gerada pelo ajuste do modelo linear para estimativa de alturas.....	24
Figura 6 -	Análise gráfica dos resíduos da equação gerada pelo modelo de Spurr para o ajuste I.....	28
Figura 7 -	Análise gráfica dos resíduos da equação gerada pelo modelo de Spurr - não linear para o ajuste I.....	28
Figura 8 -	Análise gráfica dos resíduos da equação gerada pelo modelo de Schumacher - Hall para o ajuste I.....	29
Figura 9 -	Análise gráfica dos resíduos da equação gerada pelo modelo de Silva - Bailey para o ajuste I.....	29
Figura 10 -	Análise gráfica dos resíduos da equação gerada pelo modelo de Spurr para o ajuste II.....	31
Figura 11 -	Análise gráfica dos resíduos da equação gerada pelo modelo de Spurr não linear para o ajuste II.....	32
Figura 12 -	Análise gráfica dos resíduos da equação gerada pelo modelo de Schumacher - Hall para o ajuste II.....	32

## Lista de tabelas

Tabela 1 -	Descrição dos tratamentos avaliados na Estação Experimental Florestal do Polo Gesseiro do Araripe, em Araripina – PE.....	18
Tabela 2 -	Modelos volumétricos utilizados para as estimativas.....	21
Tabela 3-	Comparação das médias volumétricas nos espaçamentos das covas em que as mudas dos clones foram plantadas.....	25
Tabela 4 -	Coeficientes das equações resultantes do ajuste I.....	26
Tabela 5 -	Resultados dos critérios de seleção para o ajuste I.....	27
Tabela 6 -	Coeficientes das equações resultantes do ajuste II.....	30
Tabela 7 -	Resultados dos critérios de seleção para o ajuste II.....	31
Tabela 8 -	Estatísticas descritivas referente ao volume real e aos volumes estimados pelos ajustes I e II dos clones de <i>Eucalyptus</i> do Polo Gesseiro do Araripe – PE.....	33

## Lista de abreviaturas e siglas

APL	Arranjo Produtivo Local
CAP	Circunferência à Altura do Peito
CPEF	Companhia Paulista de Estradas de Ferro
CPEF	Companhia Paulista de Estradas de Ferro
$D$	Diâmetros
DAP	DAP - Diâmetro à Altura do Peito
Haj	Altura ajustada
He	Altura estimada
Ht	Altura total
I. A.	Índice de Schlaegel
IPA	Instituto Agrônômico de Pernambuco
SIDUSGESSO	Sindicato das Indústrias do Gesso do Estado de Pernambuco
$S_{yx}$	Erro padrão da estimativa
V	Volume

## Sumário

1	Introdução.....	1
2	Objetivos.....	3
2.1	Objetivo geral.....	3
2.2	Objetivo geral.....	3
3	Revisão de literatura.....	4
3.1	Polo Gesseiro do Araripe.....	4
3.2	<i>Eucalyptus</i> .....	6
3.3	Estimativa de altura de árvores.....	7
3.4	Cubagem rigorosa de árvores.....	10
3.5	Modelo de Regressão.....	10
3.6	Modelagem volumétrica.....	12
3.7	Critérios de seleção de equações.....	14
3.7.1	Índice de ajuste de Schlaegel.....	15
3.7.2	Erro padrão da estimativa.....	15
3.7.3	Análise gráfica de resíduos.....	16
4	Metodologia.....	17
4.1	Local do experimento.....	17
4.2	Características do experimento.....	17
4.3	Medição do experimento e cubagem rigorosa das árvores.....	18
4.4	Análise da produção dos clones em relação aos diferentes espaçamentos em que foram plantados.....	19
4.5	Modelagem para estimação de alturas.....	20
4.6	Modelagem volumétrica.....	20
5	Resultados e discussão.....	23
5.1	Ajuste de alturas.....	23

5.2 Ajuste dos modelos volumétricos.....	25
6 Conclusão.....	34
Referências bibliográficas.....	35
Apêndices.....	43
Modelo de Silva-Bailey.....	44

## 1. Introdução

Localizado no estado de Pernambuco, Nordeste do Brasil, o Polo Gesseiro do Araripe além de ser o principal produtor de gesso do país, é responsável por grande parte do cultivo de *Eucalyptus* do Estado mesmo sendo em estágio experimental, uma vez que este gênero é de fácil adaptação climática e de amplo rendimento econômico e energético (GADELHA *et al.*, 2018).

O reflorestamento com espécies energéticas que apresentam índices de crescimento elevado, característica inconfundível dos *Eucalyptus*, tem sido uma alternativa viável no combate ao desequilíbrio ambiental e desmatamento da vegetação nativa, e além disto, na ampliação de lucros quando utilizadas para fins comerciais (OLIVEIRA *et al.*, 2019).

Todavia, ter conhecimento do rendimento da madeira presente na plantação é de grande relevância, sobretudo na tentativa de redução de custos financeiros, podendo esta ser feita por meio da estimativa de sua futura produção, o que torna imprescindível a obtenção de informações acerca de suas variáveis (ALMEIDA, 2020).

Visto que o volume contribui para determinadas decisões do planejamento florestal, tem-se esta variável, dentre as demais mensuráveis em uma árvore, como a mais importante (MENDES, 2018). O volume pode ser determinado por métodos diretos, sendo necessário o uso da cubagem rigorosa de árvores previamente selecionadas (LEAL *et al.*, 2015), ou indiretos, nos quais se pretende reduzir a quantidade excessiva de árvores abatidas, e para isto, muitos pesquisadores fazem uso de modelos volumétricos capazes de retornar uma estimativa com alta precisão em relação ao volume real (ABREU, 2019).

Porém, nem sempre os modelos volumétricos são eficientes para todas as espécies, posto isto, é recomendável que sejam empregados modelos que após ajustados gerem equações capazes para melhor estimar os volumes das árvores, em que geralmente se encontram em função de seu DAP e sua altura, esta última uma variável de difícil estimativa na plantação, principalmente se as árvores estiverem muito altas, e conseqüentemente, fácil de se cometer erros em sua estimativa e, conseqüentemente, capaz de diminuir a precisão de estimativas volumétricas.



Embora haja na literatura modelos hipsométricos capazes de fornecer a estimativa de altura das árvores, se não bem ajustados, os mesmos apresentam grandes vieses em relação à altura real, desta forma, é comum que também sejam utilizados modelos lineares usuais como base para realização de seu ajuste levando em consideração variáveis semelhantes as utilizadas nos modelos hipsométricos.

Além do mais, o ajuste de modelos volumétricos é tido como o método mais empregado e eficiente para a estimação do volume, levando em consideração as condições em que as espécies se encontram (CRUZ *et al.*, 2019). Assim, para que os modelos sejam ajustados apresentando redução de resíduos, a modelagem é considerada a técnica mais eficaz, uma vez que seus parâmetros são estimados por meio da análise de regressão, que tem sido amplamente utilizada para modelar fenômenos (SILVA *et al.*, 2018). Ademais, é possível que o ajuste seja feito incorporando novas variáveis, sendo sua precisão quantificada por meio de critérios de seleção adequados para tal, possibilitando assim, a identificação de qual equação resultante da modelagem é mais eficiente.

Desta forma, esta pesquisa visou ajustar modelos lineares usuais capazes de fornecer a estimativa da altura da árvore reduzindo os resíduos existente pela altura estimada com o uso do hipsômetro, e a partir deste, realizar os ajustes sob os modelos volumétricos de Spurr, Spurr – não linear, Schumacher – Hall, e Silva - Bailey identificando o que apresenta maior precisão nas estimativas volumétricas de clones de *Eucalyptus sp.*, plantados em diferentes densidades no Polo Gesseiro do Araripe, Araripina - PE.

## **2. Objetivos**

### **2.1 Geral**

Incorporar o ajuste de altura de maior precisão nos modelos volumétricos selecionando o mais eficiente para estimativas volumétricas de clones de *Eucalyptus* em Araripina – PE.

### **2.2 Específicos**

- Ajustar modelos lineares usuais para estimar as alturas das árvores;
- Realizar ajustes e seleção de modelos volumétricos lineares e não lineares, a partir de estimativas de alturas;
- Comparar estatisticamente o volume real com o volume estimado via modelos selecionados.

### 3 Revisão de literatura

#### 3.1 Polo Gesseiro do Araripe

Situados no Oeste de Pernambuco, os municípios de Araripina, Bodocó, Cedro, Dormentes, Exu, Granito, Ipubi, Moreilândia, Ouricuri, Parnamirim, Santa Cruz, Santa Filomena, Serrita, Terra Nova e Trindade, correspondem juntos a 18% da área total do Estado, e juntos formam a região do Araripe, na qual se localiza o Arranjo Produtivo Local - APL do gesso, denominado de Polo Gesseiro do Araripe, composto, mais precisamente, pelos municípios de Araripina, Bodocó, Ipubi, Ouricuri e Trindade, retratados na Figura 1.

**Figura 1:** Mapa com destaque aos municípios que compõem o Polo Gesseiro do Araripe.



**Fonte:** Gadelha (2010).

A produção agrícola desta região se restringe ao período de menor temperatura do ano, sendo a produção e comercialização do gesso a atividade de maior destaque econômico (SILVA, 2016). Devido à escassez de alguns recursos locais, embora não seja gerada pela falta de controle da exploração, as indústrias passam a se interessar pelo desenvolvimento de tecnologias energéticas alternativas no Polo Gesseiro do Araripe (SILVA, 2008/2009).

Santos (2010) aponta que cerca de 65% do total da vegetação da região já foi consumida por mineradoras, calcinadoras e fábrica de pré-moldados. O Polo Gesseiro do Araripe consome, aproximadamente, 652.680m<sup>3</sup>/ano de lenha e para que a demanda de energéticos florestais da região seja atendida é necessário que sejam explorados por ano 14.036 hectares, implicando assim, em uma área total de 219.541,94 hectares de exploração florestal sustentável (GADELHA, 2014).

A substituição da madeira da vegetação nativa pela do reflorestamento em áreas abandonadas, vem sendo uma opção viável econômica e ambientalmente, pois as florestas plantadas de rápido crescimento constituem uma boa alternativa para compor a matriz energética, dado que fornecem material lenhoso para energia em curto espaço de tempo (GADELHA, 2010).

A matriz energética da região tem total dependência do uso de lenha, advinda principalmente da Caatinga, pelo fato de que a demanda exigida pelas indústrias de desidratação da gipsita, mineral em que o gesso é extraído, é tão significativa, que acarreta diminuição da cobertura com na vegetação nativa (LEITE, 2019), aliada, a outros possíveis impactos ambientais como, erosão edáfica e perda de diversidade.

Durante a produção do gesso, etapa em que a gipsita, minério básico para produção do gesso, é submetida a altas temperaturas, muitas vezes é necessário que sejam utilizadas madeiras de espécies nativas retiradas da vegetação circunvizinha, na qual se localiza a Caatinga, por consequência de que a calcinação da gipsita necessita de muita energia (SILVA, 2008/2009).

Além disto, a produção de gesso apresenta constantes alterações em seu crescimento, além de ter grande importância econômica (BRAINER *et al.*, 2011). No Polo Gesseiro do Araripe, dados do Sindicato das Indústrias do Gesso do Estado de Pernambuco - SINDUSGESSO (2017) apontam que, com cerca de 750 indústrias de pré-moldados, 174 indústrias de calcinação e 42 minas de gipsita, são gerados aproximadamente 13,9 mil empregos diretos e 69 mil empregos indiretos, com um faturamento de R\$ 1,4 bilhão por ano, fazendo com que seja produzido 84,3% do gesso consumido no Brasil.

## 3.2 *Eucalyptus*

Pertencente à família Myrtaceae, o gênero *Eucalyptus* é originário da Austrália. É de grande plasticidade e dispersão mundial, cresce em grande amplitude edafoclimática, chegando a extrapolar as do local de origem, e apresenta variação longitudinal de ocorrência que vai de 7°N até 43°39'S (SILVA, 2008/2009).

Por volta de 1825, os *Eucalyptus* foram introduzidos no Brasil com fins decorativos e para tentativa de se obter seu óleo essencial (LEITE, 2019), porém seus primeiros plantios só ocorreram cerca de 43 anos depois pelo Sr. Frederico de Albuquerque no Rio Grande do Sul, e pelo tenente Pereira da Cunha com alguns exemplares no Rio de Janeiro (SILVA, 2008/2009). No entanto, apenas em 1903, o uso do gênero passou a ter finalidades econômicas, visando atender as necessidades no desenvolvimento das estradas de ferro da Companhia Paulista de Estradas de Ferro – CPEF (LEITE, 2019).

Considerado o pai da eucaliptocultura no Brasil, Edmundo Navarro de Andrade, realizou diversos experimentos em São Paulo, detectando seu rápido desenvolvimento quando comparado a espécies nativas. Não obstante, seus cultivos paulistas foram exemplos para os demais estados brasileiros, como Minas Gerais, Rio de Janeiro e Rio Grande do Sul (FOELKEL, 2005).

Este gênero se destaca por possuir mais de 700 espécies de fácil adaptação em vários ambientes edáficos e climáticos, não perder folhas mesmo em climas áridos e ter crescimento contínuo durante todo o ano, admitindo um período de rotação em torno de 4 a 8 anos (MENDES, 2018). Não obstante, por ser uma alternativa de conservação da natureza, hoje, os *Eucalyptus* plantados se tornaram uma opção racional para o combate a devastação das florestas nativas nas mais diversas regiões dos planetas (BERTOLA, 2013).

Um dos fatores que mais tem contribuído para a propagação dos *Eucalyptus* é a clonagem, em que ela é feita por diversos cientistas que buscam novos experimentos, pois permite que as características da planta mãe sejam mantidas, ocasionam em uma maior homogeneização da matéria prima, e possuem melhor material genético, além de ser possível obter talhões uniformes em menor espaço de tempo (SANTOS *et al.*, 2013).

A produtividade média das florestas de *Eucalyptus* é bastante influenciada pelas condições edafoclimáticas de cada região, podendo atingir valores que variam de 30 a 40 m<sup>3</sup> ha<sup>-1</sup> ano<sup>-1</sup> (FERREIRA, 2016). Assim, para o Polo Gesseiro do Araripe, a cultura desta espécie é denotada como uma das mais promissoras ao considerar o solo e as condições climáticas, além de que, seus aproveitamentos são diversificados, como carvão, estacas, lenha, papel, óleos essenciais, madeira para embalagem e construção civil, proporcionadas por suas características como, dureza, peso, cor e elasticidade (FONTENELE, 2016)

Práticas silviculturais tem forte influência no crescimento de árvores e na formação da madeira (MALAN, 1995) e as maiores características dos *Eucalyptus*, junto às modernas técnicas de manejo florestal, proporcionaram ao gênero amplos plantios florestais, apresentando, em conformidade, os maiores índices de produtividade do mundo (GOUVEIA, 2013).

### **3.3 Estimativa de altura de árvores**

A estimativa da altura de árvores é uma técnica muito utilizada, visto que são necessárias para usos em modelos volumétricos, e também, por servir, em florestas plantadas, como um dos indicadores da qualidade produtiva da região. Para tal, faz-se uso de modelos hipsométricos ou de instrumentos óticos, quando é possível ir ao campo, a fim de obtê-la sem que seja necessário abater a árvore (VENDRUSCOLO *et al.*, 2017).

De modo geral, os instrumentos utilizados para a estimativa da altura, são baseados em princípios trigonométricos, cabendo ao pesquisador se localizar a distância pré-determinada da árvore (FRUTUOSO *et al.*, 2020).

Entretanto, estimar a altura total de uma árvore em pé não é uma tarefa fácil, principalmente se as árvores estiverem com suas copas entrelaçadas no ato da coleta de dados, fazendo com que as estimativas feitas pelos hipsômetros possam acarretar em erros, que dependendo de sua magnitude podem alterar consideravelmente o cálculo volumétrico. Isto faz com que, na tentativa de diminuir os possíveis erros, os

pesquisadores estejam atentos e deem preferências a pessoas treinadas de forma adequada para esta função (CURTO *et al.*, 2018).

De acordo com Campos e Leite (2002), os instrumentos utilizados na medição indireta da altura de árvores individuais são denominados, genericamente, hipsômetros. Entre os muitos instrumentos, alguns são aceitos na mensuração florestal por motivo de praticidade de aplicação e de precisão alcançada, como o clinômetro de Haglöf (a) e os hipsômetros de Blume-Leiss (b), de Haga (c) e de Suunto (d) (Figura 2).

**Figura 2:** Clinômetro de Haglöf (a), Hipsômetro de Blume-Leiss (b), Hipsômetro de Haga (c), Hipsômetro de Suunto (d).



(a)



(b)



(c)



(d)

**Fonte:** Philodendros (2018).

Ademais, é muito comum que pesquisadores façam uso de modelos hipsométricos para facilitar a obtenção da estimativa das alturas das árvores, posto

que estes normalmente são formados em função do DAP da árvore, por ser uma variável de fácil medição (SOARES *et al.*, 2017).

Normalmente, são empregados modelos hipsométricos presentes na literatura, como citados por Souza *et al.* (2017):

Modelo de Stoffels

$$\ln(Ht_i) = \beta_0 + \beta_1 \cdot \ln(DAP_i) + \varepsilon_i \quad (1)$$

Modelo de Curtis

$$\ln(Ht_i) = \beta_0 + \beta_1 \cdot \frac{1}{DAP_i} + \varepsilon_i \quad (2)$$

Modelo de Spillman

$$Ht_i = \beta_0 \cdot (1 - e^{\beta_1 \cdot DAP_i}) \cdot \varepsilon_i \quad (3)$$

Em que,

$Ht_i$  é a altura total da  $i$ -ésima árvore;

$DAP_i$  é o diâmetro da  $i$ -ésima árvore a 1,30 metros de altura em relação ao nível do solo; e

$\varepsilon_i$  é o erro ou parte aleatória do modelo.

Todavia, devido em grande parte dos casos serem obtidos resíduos em grande variação, uma das alternativas mais viáveis é ajustar modelos matemáticos genéricos ou tradicionais que forneçam a estimação da altura das árvores com maior precisão, sendo esta analisada por meio de critérios de seleção pré-determinados.



### 3.4 Cubagem rigorosa de árvores

A cubagem rigorosa ocorre após o abate da árvore, de maneira separada das medições das unidades amostrais do experimento, consistindo em coletar os dados reais da árvore, como diâmetros ao longo do tronco e sua altura total (SANTOS, 2010). Deste modo, também são obtidos valores reais de seu volume, sendo possível compará-los com os estimados por meio de equações volumétricas (GADELHA, 2010).

Usualmente, para que seja possível realizar a comparação entre os volumes reais e estimados, antes de executar o abate para a cubagem rigorosa, as árvores são classificadas para que sejam identificadas após a realização, que é feita, geralmente, com fita métrica ou suta, dividindo o fuste em diâmetros de diferentes distâncias (MENDES, 2018).

Considerando o comprimento da parte fixa ou o comprimento da parte variável, podem ser usadas árvores derrubadas ou em pé para completar o método de cubagem adequado para estimativa de volume. No planejamento florestal, a importância desses métodos é enfatizada, visto que, por meio deles, podem ser obtidos resultados para determinação do estoque de madeira em campo (BINOTI *et al.*, 2014).

Os métodos de cubagem presentes na literatura fazem uso de expressões matemáticas para obtenção do volume. Dentre eles, pode-se citar os de Newton, Smalian, Huber, Hohenadl, FAO, e Pressler, todavia, no Brasil, o método de Smalian é considerado como o mais usado em investigações florestais, devido utilizar seções curtas ao longo do tronco, estendendo-se até 2 metros de altura (SOUZA *et al.*, 2017).

### 3.5 Modelos de regressão

A análise de regressão consiste numa técnica estatística bastante útil para análise de dados, por meio de modelos lineares e não lineares, podendo ainda ser classificada de acordo com a quantidade de variáveis independentes. Possuindo grande aplicabilidade em diversas áreas do conhecimento, a análise de regressão

permite que se obtenha diversas equações distintas de acordo com a quantidade de situações em que é aplicada (REGAZZI, 2015).

Muito utilizada nas soluções de problemas florestais, a análise de regressão faz uso de relações matemáticas possibilitando alcançar estimativas dos parâmetros do modelo de forma indireta, principalmente quando se deseja a redução do tempo de mensuração, preferencialmente com custo mínimo (MENON, 2006). Na área florestal, é comum a busca de modelos hipsométricos e volumétricos. Nos hipsométricos, busca-se a relação da altura com o diâmetro a 1,30 m do solo (DAP). Já nos volumétricos, mais comumente, objetiva-se estimar o volume em função do DAP e altura.

O modelo de regressão linear tem como característica que, a derivada parcial em relação aos parâmetros do modelo não depende de nenhum parâmetro e ainda, segundo Mendes (2018), permite incorporar erro de medida nas variáveis explicativas. Os modelos lineares usuais são apresentados como,

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i \quad (4)$$

Em que,

$Y_i$  é a variável dependente das variações de  $X$ ;

$X_i$  é a variável independente da equação;

$\beta_0$  e  $\beta_1$  são os parâmetros que modelam à média; e

$\varepsilon_i$  é o erro associado ao valor da variável resposta, assumindo média 0 e variância  $\sigma_\varepsilon^2$ .

Hoffmann (2006) aponta que, existem pressupostos necessários, para que se faça uso do modelo, sendo estes,

- I. Existe uma relação linear entre  $X$  e  $Y$ ;
- II.  $X$  não é uma variável aleatória;
- III.  $E(\varepsilon) = 0$ , ou seja, a esperança do erro é igual a 0;
- IV. Os erros são variáveis aleatórias de variância constante ( $\sigma^2$ ), hipótese de homocedasticidade dos resíduos;
- V. Os erros são não correlacionados, hipótese de ausência de multicolinearidade entre as variáveis preditoras;

VI. Os erros tem uma distribuição normal.

Quando na modelagem, recomenda-se a aplicação de algum teste de aderência (Kolmogorov - Smirnov, Breusch - Pagan, Durbin - Watson) e na violação do que os pressupostos exigem, recomenda-se a transformação de dados ou de modelos não paramétricos.

### 3.6 Modelagem volumétrica

Em meados do século XX, após as técnicas de análise de regressão apresentarem bom desenvolvimento, iniciou-se a busca pela evolução da modelagem volumétrica individual de árvores (MACHADO *et al.*, 2002), considerando que, por muitos anos, os modelos matemáticos eram responsáveis pela obtenção das estimativas volumétricas, supondo normalidade dos erros (SALES *et al.*, 2015).

Azevedo *et al.* (2011) consideram que para alcançar, em um povoamento florestal, mais precisão do volume de árvores, o procedimento mais eficiente é por meio dos modelos volumétricos. Geralmente, nos modelos utilizam variáveis independentes em que é possível coletar seus dados facilmente, como o DAP ou a Circunferência à Altura do Peito (CAP), e a Altura Total (Ht) ou Comercial (Hc) da árvore, quando abatida.

Silva *et al.* (2018) apontam que, o descumprimento das normas da independência e a homogeneidade das variâncias conduzem a um erro comumente cometido pelos cientistas na modelagem volumétrica, porém uma alternativa para este caso, seria o uso de modelos mistos. Não obstante, Prodan *et al.* (1997) afirmam que a estimativa do volume é complexa, sendo assim considerado um problema dentro da dendrometria e inventário florestal em virtude da dificuldade na determinação direta do volume.

Para o povoamento florestal, o volume faz parte de informações de muita importância acerca do conhecimento potencial e imprescindível para seu planejamento e monitoramento do plantio, quando há estudos acerca de desenvolvimento, produção e fins comerciais (HECK, 2016; BUENO *et al.*, 2020). O volume da árvore tende a ser diretamente proporcional a idade do povoamento, ou

seja, normalmente é observado que quanto maior a idade do plantio maior também são suas dimensões e volume (MARTINS *et al.*, 2020).

Conforme Stepka *et al.* (2017), a estimativa volumétrica comercial além de apresentar dados da madeira colhida, influencia fortemente no rendimento econômico da região, mesmo que quando realizada a estimação de volume individual das árvores, os erros resultantes sejam muito menores que quando realizada essa estimativa por unidade de área.

Apesar da existência de muitos modelos capazes de obter o volume das árvores, é importante ressaltar que nem sempre o mesmo modelo terá grande eficiência nas estimativas volumétricas de todas as espécies, a região, e as condições de interesse, sendo assim recomendado proceder com ajustes e análises estatísticas com critérios de seleção apropriados para distinguir qual o melhor (PELLISSARI *et al.*, 2011).

Segundo Oliveira *et al.* (2017), para que haja aumento na precisão da estimativa volumétrica, o ideal é que o ajuste da equação seja feito de maneira individual para cada espécie, tendo em vista que possuem características diferentes.

Tal ajuste descreve a área estudada por meio do procedimento mais eficaz e econômico. Quando obtida a equação ajustada, apresentando precisão no volume individual da árvore, a mesma é capaz de alcançar as variações do povoamento, seja por parcela, por hectare, ou para toda a população do inventário florestal (MIGUEL *et al.*, 2014).

A literatura florestal dispõe de diversos modelos volumétricos, com equações capazes de presumir desde os processos de crescimento das árvores à estimação volumétrica de todo o povoamento (SANTOS, 2010). Dentre os mais citados na mensuração florestal, pode-se destacar os seguintes:

Modelo de Spurr

$$V_i = \beta_0 + \beta_1 \cdot DAP_i^2 \cdot Ht_i + \varepsilon_i \quad (5)$$

Modelo de Spurr - não linear

$$V_i = \beta_0 \cdot (DAP_i^2 \cdot Ht_i)^{\beta_1} \cdot \varepsilon_i \quad (6)$$

Modelo de Schumacher-Hall (SCHUMACHER e HALL, 1933)

$$V_i = \beta_0 \cdot DAP_i^{\beta_1} \cdot Ht_i^{\beta_2} \cdot \varepsilon_i \quad (7)$$

Modelo de Silva-Bailey (SILVA, 1986)

$$V_i = \beta_0 \cdot \exp[\beta_1(\beta_2^{DAP_i} + \beta_3^{Ht_i})] \cdot \varepsilon_i \quad (8)$$

Em que,

$V_i$  é o volume da  $i$ -ésima árvore em  $m^3$ ;

$DAP_i$  é o diâmetro da  $i$ -ésima árvore a 1,30 metros de altura em relação ao nível do solo;

$Ht_i$  é a altura total da  $i$ -ésima árvore;

$\beta_k$  são os parâmetros dos modelos  $\{k = 1, 2, 3\}$ ; e

$\varepsilon_i$  é o erro associado ao valor da variável resposta.

O desenvolvimento teórico do modelo (8) está no Apêndice.

### 3.7 Critérios de seleção de equações.

O ajuste do modelo não é suficiente para determinar sua qualidade e distinguir qual o melhor. Silva (2016) reforça que, para avaliar a qualidade do ajuste devem ser levados em consideração diversos aspectos, de forma que se possa destacar o modelo que, mais precisamente, explique o fenômeno de interesse.

Desta forma, usam-se métodos estatísticos capazes de medir a generalização e capacidade do modelo (FLORIANO *et al.*, 2006). Dentre eles, o índice de ajuste de

Schlaegel (SCHLAEGEL, 1981), o erro padrão de estimativa, e a análise gráfica dos resíduos, dado que Machado (2015) afirma que este último, permite detectar e identificar se há tendências em subestimar ou superestimar a variável dependente do modelo, e assim, influenciar fortemente na escolha do melhor ajuste.

### 3.7.1 Índice de ajuste de Schlaegel

O Índice de Ajuste de Schlaegel (I. A.) consiste na retransformação das predições dos valores estimados para unidades originais. Por considerar, tanto os modelos que possuem os maiores valores como os que tem melhores ajustes, o I. A. é uma estatística comparável ao coeficiente de determinação ajustado ( $R_{aj}^2$ ), podendo ser um comparador de equações de diversas naturezas, no entanto, em equações aritméticas os valores das duas estatísticas se coincidem (PLÁCIDO *et al.*, 2002).

O I. A. é descrito por:

$$I. A. = 1 - \left( \frac{n-1}{n-p} \right) \left( \frac{SQ_{\text{resíduo}}}{SQ_{\text{total}}} \right) \quad (9)$$

Em que,

$n$  é o número de observações;

$p$  é o número de variáveis independentes do modelo;

$SQ_{\text{resíduo}}$  é a soma de quadrado dos resíduos; e

$SQ_{\text{total}}$  é a soma de quadrado total.

### 3.7.2 Erro padrão da estimativa

O erro padrão da estimativa ( $S_{yx}$ ) é um dos critérios mais utilizados em pesquisas correlatas que, conforme Machado (2002) possibilita medir a dispersão da média entre os valores estimados e observados por meio da linha de regressão, de forma que o ajuste será melhor se o valor do  $S_{yx}$  for menor, significando assim que os valores estão mais próximos da linha ajustada.

Sua expressão é dada por,

$$S_{yx} = \sqrt{\frac{QM_{res}}{n-2}} \quad (10)$$

Em que,

$QM_{res}$  é o quadrado médio do resíduo; e

$n$  é o número de observações;

### 3.7.3 Análise Gráfica de resíduos

Apesar de ser um método visual, a análise gráfica de resíduos permite que o ajuste do modelo seja verificado, por meio da distribuição dos dados estimados ou observados utilizando-se da linha de regressão, na qual é possível identificar se há tendenciosidade ou não, se apresenta homogeneidade na variância ou até mesmo se os resíduos são independentes (MENON, 2006).

Ainda, Machado *et al.* (2002) sugerem aos pesquisadores, que seja feita a análise com uso de resíduos na forma relativa em função da variável dependente estimada, para que se possa obter melhor visualização, verificação e comparação de modelos ajustados. Expresso por:

$$Res = \frac{(Y_r - Y_e)}{Y_r} \quad (11)$$

Em que,

$Y_r$  é o resultado da variável real; e

$Y_e$  é o resultado da variável estimada.

## **4 Metodologia**

### **4.1 Local do experimento**

Para esta pesquisa, foi utilizado um banco de dados oriundos de um experimento iniciado em 2010, na Estação Experimental do Instituto Agrônomo de Pernambuco - IPA, situada na Chapada do Araripe, município de Araripina, no Semiárido de Pernambuco, com coordenadas geográficas 07°27'37''S e 40°24'36''W, altitude de 831 metros e solos do tipo (LA 19) definido como latossolo amarelo + latossolo vermelho – amarelo (EMBRAPA SOLOS, 2006).

Conforme Silva (2019), o município de Araripina dispõe de um clima Tropical Semiárido, caracterizado como Köppen do tipo BshW', com altas temperaturas e chuvas de verão, sendo seu período chuvoso no intervalo dos meses de novembro a abril. Sua precipitação média anual de 760 mm, acarretando deficiências hídricas acumuladas durante os meses em que há precipitação mínima (GADELHA, 2014).

### **4.2 Características do experimento**

O experimento foi composto por três clones de *Eucalyptus sp.* plantados em cinco densidades populacionais, e cortados aos 8 anos de idade. As mudas foram plantadas em covas com espaçamentos de 2m x 1m, 2m x 2m, 3m x 2m, 3m x 3m, 4m x 2m, com adubação de fundação conforme recomendação da análise do solo (Tabela 1).



**Tabela 1:** Descrição dos tratamentos avaliados na Estação Experimental Florestal do Polo Gesseiro do Araripe, em Araripina – PE.

Trat	Clone	Descrição	Sistema de manejo	Espaçamento	Dimensão da parcela	Área da parcela (m <sup>2</sup> )	Área útil (m <sup>2</sup> )	Plantas por hectare
1	C41	Híbrido de <i>Eucalyptus urophylla</i> (cruzamento natural)	Alto fuste	2mx1m	14mx7m	98	50	5000
2	C41	Híbrido de <i>Eucalyptus urophylla</i> (cruzamento natural)	Alto fuste	2mx2m	14mx14m	196	100	2500
3	C41	Híbrido de <i>Eucalyptus urophylla</i> (cruzamento natural)	Alto fuste	3mx2m	21mx14m	294	150	1667
4	C41	Híbrido de <i>Eucalyptus urophylla</i> (cruzamento natural)	Alto fuste	3mx3m	21mx21m	441	225	1111
5	C41	Híbrido de <i>Eucalyptus urophylla</i> (cruzamento natural)	Alto fuste	4mx2m	28mx14m	392	200	1250
6	C11	Híbrido de <i>Eucalyptus brassiana</i> (cruzamento natural)	Alto fuste	2mx1m	14mx7m	98	50	5000
7	C11	Híbrido de <i>Eucalyptus brassiana</i> (cruzamento natural)	Alto fuste	2mx2m	14mx14m	196	100	2500
8	C11	Híbrido de <i>Eucalyptus brassiana</i> (cruzamento natural)	Alto fuste	3mx2m	21mx14m	294	150	1667
9	C11	Híbrido de <i>Eucalyptus brassiana</i> (cruzamento natural)	Alto fuste	3mx3m	21mx21m	441	225	1111
10	C11	Híbrido de <i>Eucalyptus brassiana</i> (cruzamento natural)	Alto fuste	4mx2m	28mx14m	392	200	1250
11	C39	Híbrido de <i>Eucalyptus urophylla</i> (cruzamento natural)	Alto fuste	2mx1m	14mx7m	98	50	5000
12	C39	Híbrido de <i>Eucalyptus urophylla</i> (cruzamento natural)	Alto fuste	2mx2m	14mx14m	196	100	2500
13	C39	Híbrido de <i>Eucalyptus urophylla</i> (cruzamento natural)	Alto fuste	3mx2m	21mx14m	294	150	1667
14	C39	Híbrido de <i>Eucalyptus urophylla</i> (cruzamento natural)	Alto fuste	3mx3m	21mx21m	441	225	1111
15	C39	Híbrido de <i>Eucalyptus urophylla</i> (cruzamento natural)	Alto fuste	4mx2m	28mx14m	392	200	1250

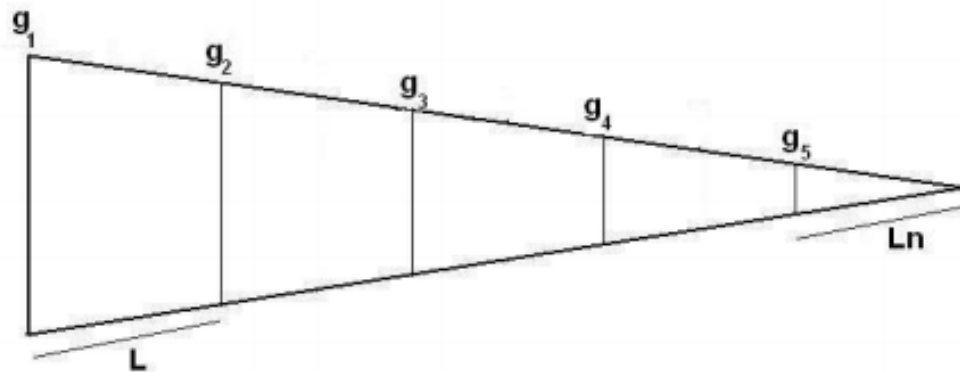
Fonte: Gadelha (2014).

### 4.3 Medição do experimento e cubagem rigorosa das árvores

Durante o experimento, em cada espaçamento, os clones foram submetidos a quatro repetições, e tiveram suas medições realizadas aos 8 anos de idade para obter

a estimativa da altura das árvores por meio do clinômetro de Haglöf (He), e as medições dos diâmetros à altura do peito (DAP), das circunferências à altura do peito (CAP) e ainda, pela cubagem rigorosa foram feitas as mensurações da altura total das árvores (Ht) e dos diâmetros medidos a 30 cm, 50 cm, 70 cm, 90 cm, 110 cm, 130 cm, 150 cm, 170 cm e 210 cm e a partir daí a cada um metro até a altura do volume comercial (compreendido até um diâmetro mínimo de 2 cm) (Figura 3).

**Figura 3:** Esquematização da coleta dos diâmetros durante a cubagem rigorosa.



Fonte: Arruda (2018).

#### 4.4 Análise da produção dos clones em relação aos diferentes espaçamentos em que foram plantados

Tendo conhecimento de que, os espaçamentos em que as mudas dos clones de *Eucalyptus* foram plantadas podem interferir significativamente no volume final das árvores, foi aplicado o teste de Scott – Knott com a finalidade de identificar e separar grupos de clones em que houvesse diferença significativa em suas médias volumétricas, visto que, de acordo com Scott e Knott (1974) este teste utiliza a razão de máxima verossimilhança para avaliar a significância de que os tratamentos podem ser divididos em grupos, de modo que seja feito o agrupamento dos tratamentos que apresentam médias homogêneas.

## 4.5 Modelagem para estimação de alturas

Com o propósito de ajustar as estimativas de altura, foram considerados modelos lineares usuais em função da altura estimada no campo e dos diâmetros medidos a 30 cm, 50 cm, 70 cm, 90 cm, 110 cm, 130 cm, 150 cm, e 170 cm de altura em relação a base da árvore (Equação 12), de modo que a equação resultante forneça uma estimativa de menor resíduo em relação à altura total.

Após ajuste a partir do modelo (Equação 12), foi realizada uma análise por meio dos critérios de seleção, a fim de encontrar a melhor equação para  $H_{aj}$ , de modo que esta fornecesse uma estimativa de valor igual ou aproximado a altura real.

$$H_{aj_i} = \beta_0 + \beta_1 D_{30_i} + \beta_2 D_{50_i} + \beta_3 D_{70_i} + \beta_4 D_{90_i} + \beta_5 D_{110_i} + \beta_6 D_{130_i} + \beta_7 D_{150_i} + \beta_8 D_{170_i} + \beta_9 H_{e_i} + \varepsilon_i \quad (12)$$

Em que,

$H_{aj_i}$  é a altura ajustada na  $i$ -ésima árvore;

$\beta_k$  são os parâmetros dos modelos, tal que  $k = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, \text{ e } 9$ ;

$D_{j_i}$  são os diâmetros da  $i$ -ésima árvore a  $j$  centímetros de altura em relação a base da árvore, tal que  $j = 30, 50, 70, 90, 110, 130, 150, \text{ e } 170$ ;

$H_{e_i}$  é a estimativa da altura da  $i$ -ésima árvore no campo; e

$\varepsilon_i$  é o erro associado ao valor da variável resposta.

## 4.6 Modelagem volumétrica

Obtido o melhor ajuste para a altura e dados de diâmetros colhidos durante a cubagem rigorosa, estas variáveis serviram de variáveis independentes para os ajustes dos modelos volumétricos obtidos na literatura, com o intuito de observar o comportamento das equações volumétricas caso fossem utilizadas variáveis sem erros em suas medidas, como, por exemplo, a altura estimada com a árvore em pé.

Deste modo, um dos ajustes foi feito em função do DAP,  $H_t$ ,  $H_{aj}$ , e  $H_e$  (ajuste I), e o outro em função dos diâmetros que apresentaram maior contribuição volumétrica,

isto é, aqueles medidos a 30 cm, 70 cm, 90 cm, 130 cm, e 170 cm de altura em relação a base da árvore, Ht, e Haj (ajuste II).

Na tabela 2, para que fossem feitas as estimativas volumétricas, encontram-se modelos originais de natureza linear e não linear enumerados de 1 à 4, selecionados e avaliados entre os mais citados em mensuração florestal, e também os modelos expressos após os dois ajustes realizados, em que os enumerados de 5 à 8 correspondem ao ajuste I, e os de 9 à 12 ao ajuste II.

**Tabela 2:** Modelos volumétricos utilizados para as estimativas.

Nº	Autor	Modelo
1	Spurr	$V_i = \beta_0 + \beta_1 \cdot DAP_i^2 \cdot Ht_i + \varepsilon_i$
2	Spurr - não linear	$V_i = \beta_0 \cdot (DAP_i^2 \cdot Ht_i)^{\beta_1} \cdot \varepsilon_i$
3	Schumacher – Hall	$V_i = \beta_0 \cdot DAP_i^{\beta_1} \cdot Ht_i^{\beta_2} \cdot \varepsilon_i$
4	Silva – Bailey	$V_i = \beta_0 \cdot \exp[\beta_1(\beta_2^{DAP_i} + \beta_3^{Ht_i})] \cdot \varepsilon_i$
5	Spurr ajustado (DAP, Ht, Haj, He)	$V_i = \beta_0 + \beta_1 \cdot DAP_i^2 \cdot Ht_i + \beta_2 \cdot Haj_i + \beta_3 \cdot He_i + \varepsilon_i$
6	Spurr - não linear ajustado (DAP, Ht, Haj, He)	$V_i = \beta_0 \cdot (DAP_i^2 \cdot Ht_i)^{\beta_1} \cdot Haj_i^{\beta_2} \cdot He_i^{\beta_3} \cdot \varepsilon_i$
7	Schumacher – Hall ajustado (DAP, Ht, Haj, He)	$V_i = \beta_0 \cdot DAP_i^{\beta_1} \cdot Ht_i^{\beta_2} \cdot Haj_i^{\beta_3} \cdot He_i^{\beta_4} \cdot \varepsilon_i$
8	Silva - Bailey ajustado (DAP, Ht, Haj, He)	$V_i = \beta_0 \cdot \exp[\beta_1(\beta_2^{DAP_i} + \beta_3^{Ht_i} + \beta_4^{Haj_i} + \beta_5^{He_i})] \cdot \varepsilon_i$
9	Spurr ajustado (Diâmetros, Ht, Haj)	$V_i = \beta_0 + \beta_1 \cdot DAP_i^2 \cdot Ht_i + \beta_2 \cdot Haj_i + \beta_3 \cdot D_{30i} + \beta_4 \cdot D_{70i} + \beta_5 \cdot D_{90i} + \beta_6 \cdot D_{130i} + \beta_7 \cdot D_{170i} + \varepsilon_i$
10	Spurr - não linear ajustado (Diâmetros, Ht, Haj)	$V_i = \beta_0 \cdot (DAP_i^2 \cdot Ht_i)^{\beta_1} \cdot Haj_i^{\beta_2} \cdot D_{30i}^{\beta_3} \cdot D_{70i}^{\beta_4} \cdot D_{90i}^{\beta_5} \cdot D_{130i}^{\beta_6} \cdot D_{170i}^{\beta_7} \cdot \varepsilon_i$
11	Schumacher – Hall ajustado (Diâmetros, Ht, Haj)	$V_i = \beta_0 \cdot DAP_i^{\beta_1} \cdot Ht_i^{\beta_2} \cdot Haj_i^{\beta_3} \cdot D_{30i}^{\beta_4} \cdot D_{70i}^{\beta_5} \cdot D_{90i}^{\beta_6} \cdot D_{130i}^{\beta_7} \cdot D_{170i}^{\beta_8} \cdot \varepsilon_i$
12	Silva - Bailey ajustado (Diâmetros, Ht, Haj)	$V_i = \beta_0 \cdot \exp[\beta_1(\beta_2^{DAP_i} + \beta_3^{Ht_i} + \beta_4^{Haj_i} + \beta_5^{D_{30i}} + \beta_6^{D_{70i}} + \beta_7^{D_{90i}} + \beta_8^{D_{130i}} + \beta_9^{D_{170i}})] \cdot \varepsilon_i$

$V_i$  = Volume da i-ésima árvore em m<sup>3</sup>;  $DAP_i$  = Diâmetro da i-ésima árvore a 1,30 metros de altura em relação ao nível do solo;  $Ht_i$  = Altura total da i-ésima árvore;  $Haj_i$  = Altura ajustada da i-ésima árvore;  $\beta_k$  = Parâmetros dos modelos {k = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9};  $D_{ji}$  = Diâmetros da i-ésima árvore a j centímetros de altura em relação a base da árvore, tal que j = 30, 70, 90, 130, e 170; e  $\varepsilon_i$  = Erro associado ao valor da variável resposta.

**Fonte:** Elaborada pela Autora.

No entanto, a equação selecionada é aquela que forneceu, incluindo as variáveis de maiores contribuições, o volume mais próximo do volume total obtido por meio da cubagem.

Para que as equações ajustadas sejam avaliadas, serão considerados como critérios de avaliação o índice de ajuste de Schlaegel (SCHLAEGEL, 1981), o erro padrão de estimativa, e o gráfico de distribuição dos resíduos. Todas as análises foram processadas no software R Project 2019 (versão 3.6.1).

## 5 Resultados e discussão

### 5.1 Ajuste de alturas

Fixando a altura estimada como variável independente, destacaram-se como diâmetros de maior contribuição para o ajuste de alturas, aqueles medidos a 50 cm, 150 cm, e 170 cm de altura em relação a base da árvore. Aplicando ao banco de dados, tal ajuste resultou na equação 13 como equação final para a obtenção da altura estimada de cada árvore.

$$\widehat{H}_{aj_i} = 1,9437 - 21,8532 D_{50_i} + 15,9504 D_{150_i} + 62,0493 D_{170_i} + 0,4601 He_i \quad (13)$$

Em que,

$\widehat{H}_{aj_i}$  é a estimativa da altura ajustada da i-ésima árvore;

$D_{50_i}$  é o diâmetro da i-ésima árvore medido a 50 cm de altura em relação a base da árvore;

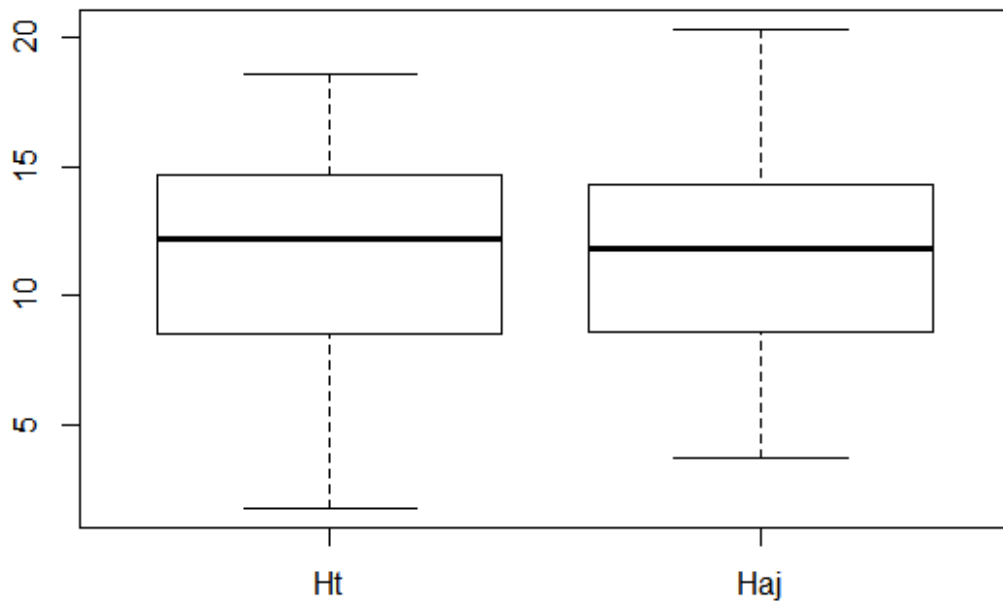
$D_{150_i}$  é o diâmetro da i-ésima árvore medido a 150 cm de altura em relação a base da árvore;

$D_{170_i}$  é o diâmetro da i-ésima árvore medido a 170 cm de altura em relação a base da árvore; e

$He_i$  é a altura estimada no campo da i-ésima árvore.

Ainda, a equação 13 permite que se encontre as alturas ajustadas, e dispondo das mesmas, a fim de observá-las e compará-las com a altura total, notou-se pela Figura 4 que o ajuste de alturas incluindo os diâmetros e  $He$  converge para a altura total, dado que além da mediana, os primeiros e terceiros quartis se assemelham, confirmando assim a precisão pelos critérios de seleção, em conformidade com Soares *et al.* (2006) ao afirmar que durante as estimativas de alturas de árvores, comumente são encontrados erros de até  $\pm 2,4\%$  na obtenção de seus resultados.

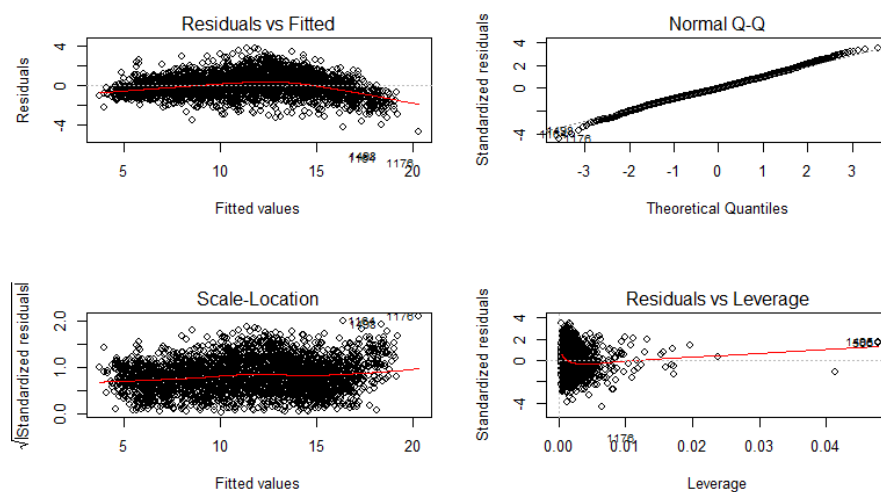
**Figura 4:** Comparação entre as alturas totais e as alturas ajustadas.



**Fonte:** Elaborada pela Autora.

Quanto aos critérios de seleção, o I. A. resultou em 0,9146, o  $S_{yx}$  em 1,0832 m<sup>3</sup>, e ainda, que os resíduos apesar de estarem variando no intervalo (-4, 4), os mesmos seguem distribuição normal e não apresentam desvios quanto a homogeneidade de variâncias, assim não se encontram muito dispersos, conforme observado na figura 5.

**Figura 5:** Análise gráfica dos resíduos da equação gerada pelo ajuste do modelo linear para estimativa de alturas.



**Fonte:** Elaborada pela Autora.

## 5.2 Ajuste dos modelos volumétricos

Dentre os diâmetros colhidos durante a cubagem rigorosa das árvores, aqueles que apresentaram maiores contribuições para a obtenção da estimativa do volume dos clones de *Eucalyptus sp.* do Polo Gesseiro do Araripe - PE, foram os diâmetros medidos a 30 cm, 70 cm, 90 cm, 130 cm, e 170 cm de altura em relação a base da árvore.

Ainda, para o ajuste dos modelos volumétricos de Spurr, Spurr – não linear, Schumacher – Hall, e Silva – Bailey e a análise da precisão da estimativa volumétrica, foram consideradas também a altura total da árvore, a altura estimada no campo, e a altura ajustada pelo modelo de regressão.

Dispondo das médias dos volumes de cada um dos clones de *Eucalyptus* nos cinco espaçamentos diferentes (2m x 1m, 2m x 2m, 3m x 2m, 3m x 3m, 4m x 2m), e sabendo que, nem sempre um ajuste de modelo volumétrico é eficaz em todas as situações em que as espécies se encontram, com a realização do teste de Scott-Knott verificou-se se havia diferença significativa entre elas (Tabela 3).

**Tabela 3:** Comparação das médias volumétricas nos espaçamentos das covas em que as mudas dos clones foram plantadas.

Espaçamentos	Médias (m <sup>3</sup> árvore <sup>-1</sup> )
2m x 1m	0,0286 a
2m x 2m	0,0413 a
3m x 2m	0,0416 a
3m x 3m	0,0444 a
4m x 2m	0,0547 a

Médias seguidas da mesma letra não diferem estatisticamente entre si, pelo Teste de Scott-Knott, ao nível de 5% de significância.

**Fonte:** Elaborada pela Autora.



Visto que pelo teste de Scott - Knott (Tabela 3) não há diferença significativa do volume obtido nas cinco densidades populacionais em que as mudas dos clones foram plantadas, os dados foram agrupados em um único grupo, e com isto, realizou-se os dois ajustes para cada modelo, a fim de compará-los e identificar o que apresenta resultados mais consistentes de acordo com os critérios de seleção.

Em resposta ao ajuste I, aplicando-o ao banco de dados, foram obtidos os coeficientes presentes da Tabela 4, e conseqüentemente, as equações resultantes de cada modelo, as quais permitem alcançar o volume estimado.

**Tabela 4:** Coeficientes das equações resultantes do ajuste I.

	$b_0$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$	$b_5$
Spurr ajustado (DAP, Ht, Haj, He)	-0,01399	0,00002638	0,003813	-0,001605		
Spurr – não linear ajustado (DAP, Ht, Haj, He)	-10,262611	0,729033	1,085877	-0,311575		
Schumacher – Hall ajustado (DAP, Ht, Haj, He)	-10,53159	1,27178	0,92864	1,36662	-0,52088	
Silva - Bailey ajustado (DAP, Ht, Haj, He)	363,562118	-3,510873	0,894986	0,964036	0,946002	1,008322

**Fonte:** Elaborada pela Autora.

Com base nestes resultados, para os modelos volumétricos de Spurr ajustado (DAP, Ht, Haj, He), Spurr – não linear ajustado (DAP, Ht, Haj, He), Schumacher – Hall ajustado (DAP, Ht, Haj, He), e Silva - Bailey ajustado (DAP, Ht, Haj, He), as equações geradas garantiram os I. A. e  $S_{yx}$  conforme a Tabela 5. Sendo notável que, para este ajuste, o I. A. indica a equação decorrente do modelo de Schumacher – Hall ajustado (DAP, Ht, Haj, He) como a de melhor estimativa volumétrica, porém o menor  $S_{yx}$  é dado pelo modelo de Silva - Bailey ajustado (DAP, Ht, Haj, He).

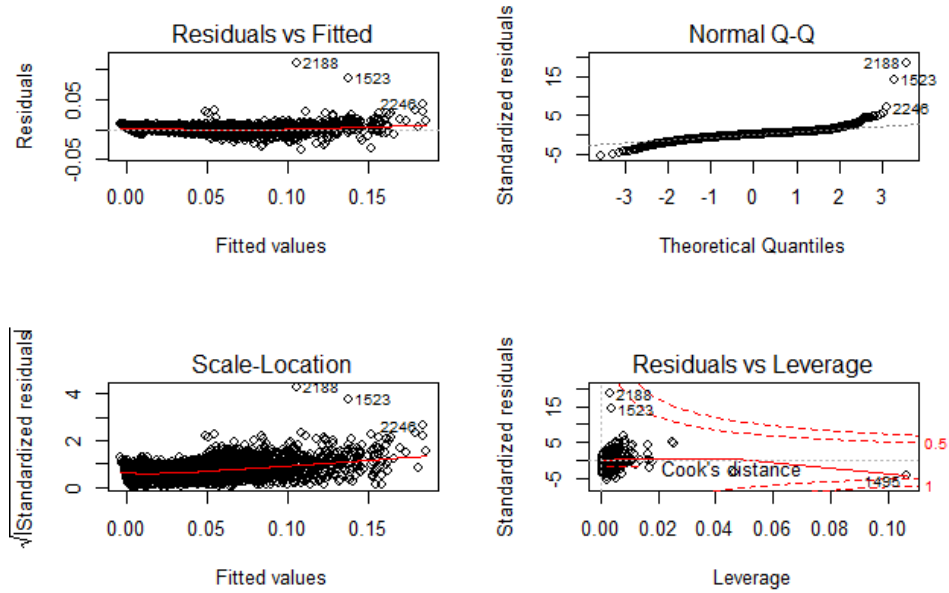
**Tabela 5:** Resultados dos critérios de seleção para o ajuste I.

	I. A.	$S_{yx}$
Spurr ajustado (DAP, Ht, Haj, He)	0,9769	0,0060
Spurr – não linear ajustado (DAP, Ht, Haj, He)	0,9937	0,1029
Schumacher – Hall ajustado (DAP, Ht, Haj, He)	0,9940	0,1005
Silva - Bailey ajustado (DAP, Ht, Haj, He)	0,9819	0,0054

**Fonte:** Elaborada pela Autora.

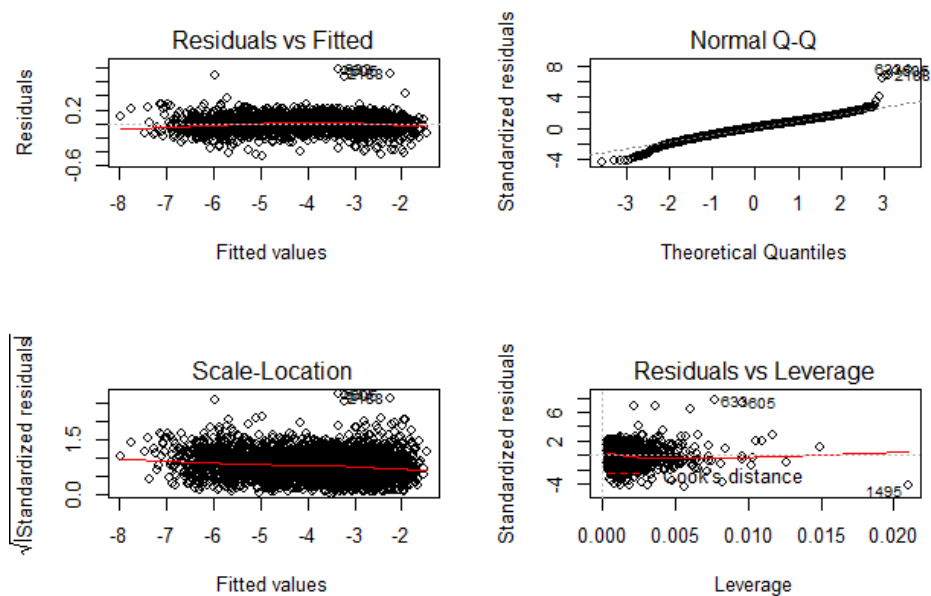
Todavia, embora apresente o I. A. menor que o modelo de Schumacher – Hall ajustado (DAP, Ht, Haj, He), a equação gerada pelo modelo de Silva - Bailey ajustado (DAP, Ht, Haj, He) retorna o menor valor de  $S_{yx}$  e ainda resíduos menos dispersos que as demais equações, conforme as Figuras 6, 7, 8, e 9. Assim, destaca-se que, para o ajuste I, mesmo a equação do modelo de Schumacher – Hall ajustado (DAP, Ht, Haj, He) apresentando bom desempenho, a equação gerada pelo modelo de Silva - Bailey ajustado (DAP, Ht, Haj, He) retorna as melhores estimativas volumétricas para os três clones de *Eucalyptus* presentes no experimento.

**Figura 6:** Análise gráfica dos resíduos da equação gerada pelo modelo de Spurr para o ajuste I.



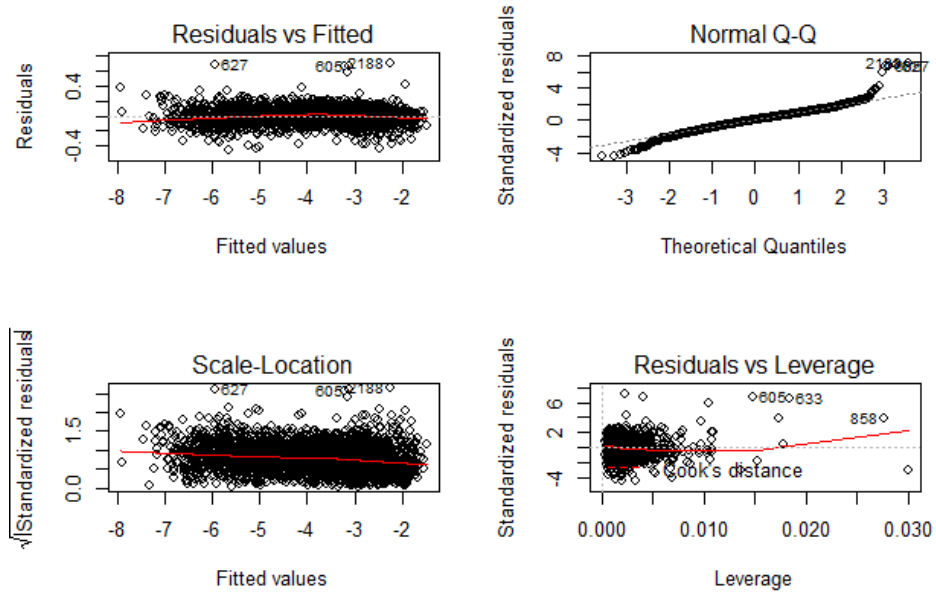
**Fonte:** Elaborada pela Autora.

**Figura 7:** Análise gráfica dos resíduos da equação gerada pelo modelo de Spurr - não linear para o ajuste I.



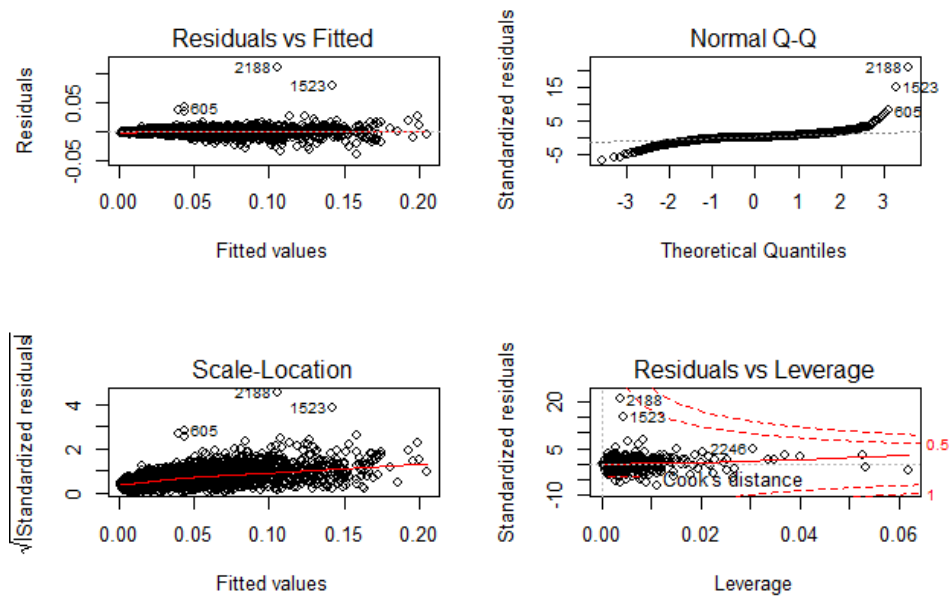
**Fonte:** Elaborada pela Autora.

**Figura 8:** Análise gráfica dos resíduos da equação gerada pelo modelo de Schumacher - Hall para o ajuste I.



**Fonte:** Elaborada pela Autora.

**Figura 9:** Análise gráfica dos resíduos da equação gerada pelo modelo de Silva - Bailey para o ajuste I.



**Fonte:** Elaborada pela Autora.

Já no que se refere ao ajuste II, não houve convergência para o modelo de Silva - Bailey ajustado (diâmetros, Ht, Haj). No entanto, a Tabela 6 apresenta seus coeficientes resultantes para as equações geradas a partir dos modelos de Spurr ajustado (diâmetros, Ht, Haj), Spurr – não linear ajustado (diâmetros, Ht, Haj), e Schumacher – Hall ajustado (diâmetros, Ht, Haj), permitindo que as estimativas do volume dos clones sejam alcançadas por meio das equações formadas pelos mesmos.

**Tabela 6:** Coeficientes das equações resultantes do ajuste II.

	$b_0$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$	$b_5$	$b_6$	$b_7$	$b_8$
Spurr ajustado (diâmetros, Ht, Haj)	-0,00519	0,0000286	0,0005559	0,0005167	0,0008615	-0,004708	-0,002676	0,007245	
Spurr – não linear ajustado (diâmetros, Ht, Haj)	-9,77017	0,63739	0,39139	0,34719	0,24985	-0,56301	-0,36356	0,82691	
Schumacher – Hall ajustado (diâmetros, Ht, Haj)	-9,76801	0,00475	0,813178	0,227915	0,340816	0,231554	0,103224	0,27931	0,795682

**Fonte:** Elaborada pela Autora.

Tendo como resultados dos critérios de seleção (Tabela 7), assim como a análise gráfica dos resíduos presente nas Figuras 10, 11 e 12, referente as equações geradas pelo ajuste II para os modelos de Spurr ajustado (diâmetros, Ht, Haj), Spurr – não linear ajustado (diâmetros, Ht, Haj), e Schumacher – Hall ajustado (diâmetros, Ht, Haj) respectivamente, é possível identificar que o comportamento do I. A., o  $S_{yx}$ , e a análise gráfica dos resíduos se assemelha ao do ajuste I, em que, em resposta do I. A., a equação gerada por Schumacher – Hall ajustado (diâmetros, Ht, Haj) é a que apresenta melhor estimativa volumétrica, enquanto que o  $S_{yx}$  retorna a precisão sob a equação gerada pelo modelo de Spurr ajustado (diâmetros, Ht, Haj). Mas ao realizar a análise gráfica dos resíduos, a Figura 10 garante menor dispersão dos mesmos,

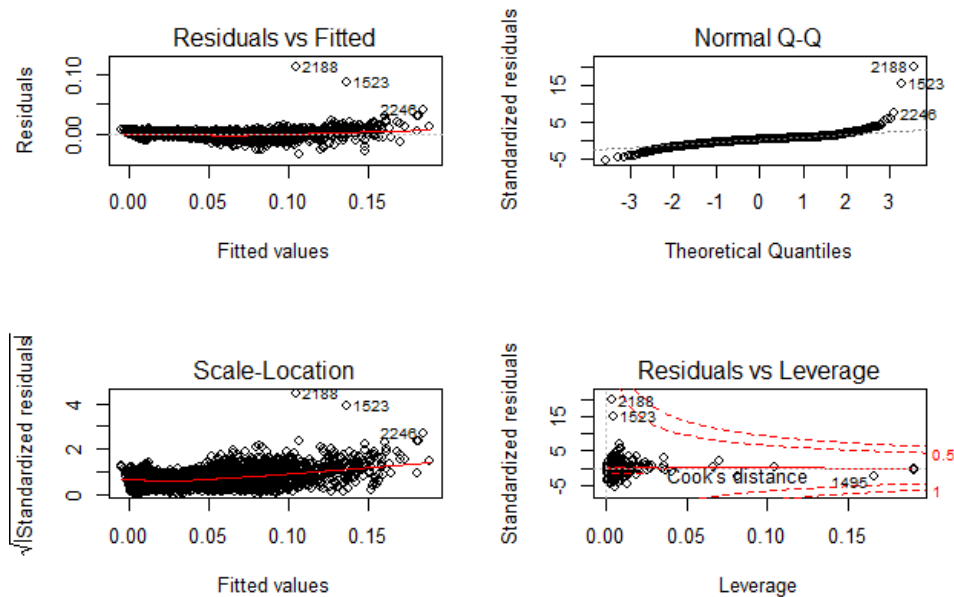
resultando como melhor estimativa para o volume dos clones de *Eucalyptus sp.*, a resultante do modelo de Spurr ajustado (diâmetros, Ht, Haj).

**Tabela 7:** Resultados dos critérios de seleção para o ajuste II.

	I. A.	$S_{yx}$
Spurr ajustado (diâmetros, Ht, Haj)	0,9793	0,00572
Spurr – não linear ajustado (diâmetros, Ht, Haj)	0,995	0,09134
Schumacher – Hall ajustado (diâmetros, Ht, Haj)	0,9959	0,08278

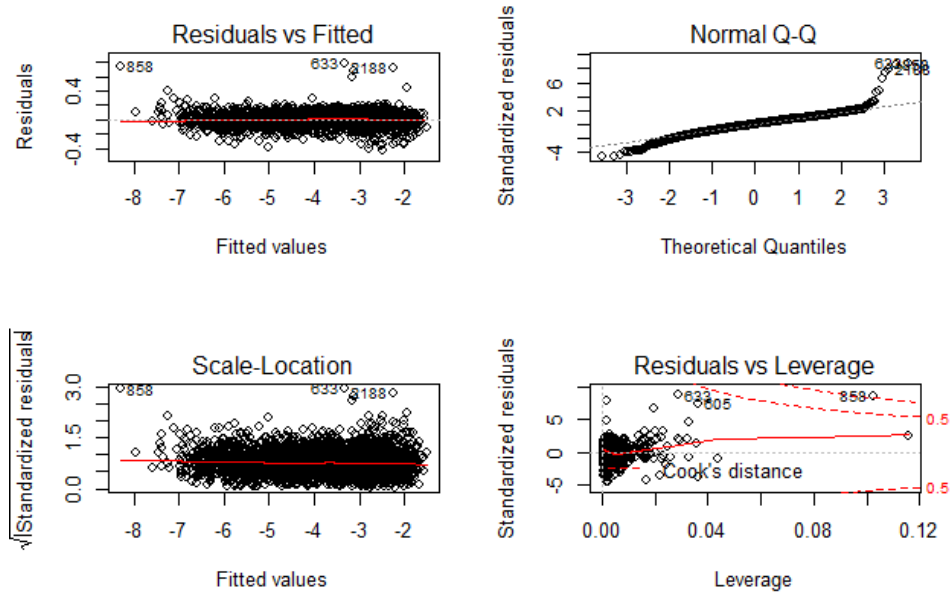
**Fonte:** Elaborada pela Autora.

**Figura 10:** Análise gráfica dos resíduos da equação gerada pelo modelo de Spurr para o ajuste II.



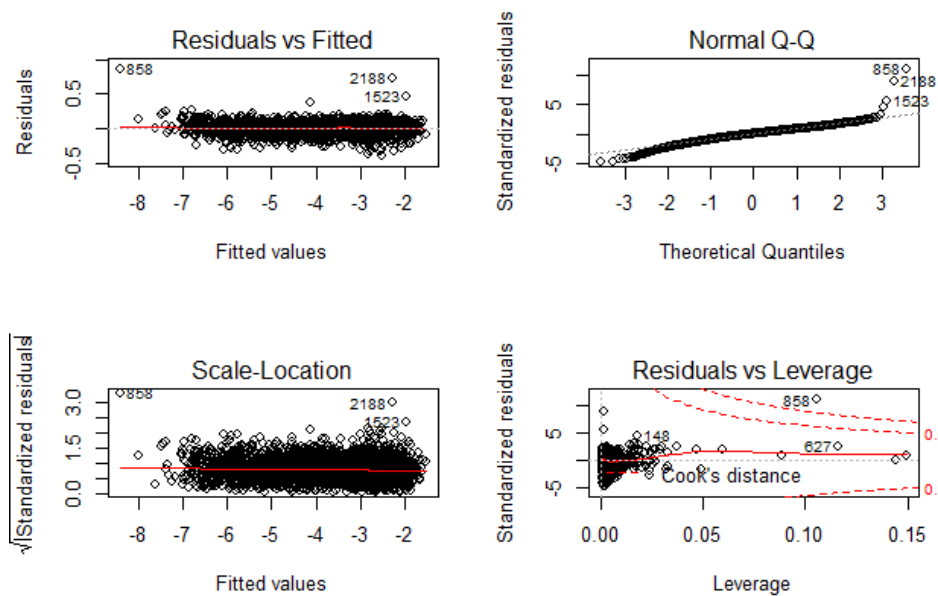
**Fonte:** Elaborada pela Autora.

**Figura 11:** Análise gráfica dos resíduos da equação gerada pelo modelo de Spurr não linear para o ajuste II.



**Fonte:** Elaborada pela Autora.

**Figura 12:** Análise gráfica dos resíduos da equação gerada pelo modelo de Schumacher - Hall para o ajuste II.



**Fonte:** Elaborada pela Autora.

Contudo, os critérios de seleção resultantes do ajuste II apontam melhores estimativas em relação ao ajuste I, dado que na Tabela 8, quando ao observar as médias, variâncias e desvios-padrão dos volumes estimados e real, apesar de terem resultados muito próximos, as estatísticas resultantes do segundo ajuste apresentam maior aproximação das referentes ao volume real, priorizando assim, o ajuste com o uso dos diâmetros medidos a 30 cm, 70 cm, 90 cm, 130 cm, e 170 cm de altura, e as alturas totais e ajustadas como variáveis fundamentais para a precisão da estimativa volumétrica.

**Tabela 8:** Estatísticas descritivas referente ao volume real e aos volumes estimados pelos ajustes I e II dos clones de *Eucalyptus* do Polo Gesseiro do Araripe - PE.

	Média	Variância	Desvio-padrão
Volume real	0,042672356	0,001582522	0,03978093
Ajuste I	0,042751445	0,001546931	0,03933104
Ajuste II	0,042716119	0,001551095	0,03938394

**Fonte:** Elaborada pela Autora.



## 6. Conclusão

A utilização do modelo de regressão para ajuste de altura das árvores foi designada como uma alternativa eficaz para a presente pesquisa, posto que apresentou, segundo os critérios de seleção de ajuste, estimativas com boa precisão a partir da equação gerada em função da altura estimada no campo e dos diâmetros medidos a 50 cm, 150 cm, e 170 cm de altura, coletados durante a cubagem.

A implementação da altura ajustada ( $H_{aj}$ ) na modelagem volumétrica contribuiu para o aumento da precisão de suas estimativas após os ajustes dos modelos de Spurr, Spurr – não linear, Schumacher – Hall, e Silva – Bailey.

Embora, todos apresentarem convergências para o ajuste I, quando sua precisão foi analisada, a equação que apresentou melhores estimativas foi a resultante do modelo de Silva – Bailey ajustado ( $DAP$ ,  $H_t$ ,  $H_{aj}$ ,  $H_e$ ). Enquanto que, para o ajuste II, apesar de os critérios de seleção apresentarem comportamentos semelhantes ao ajuste I, não foi possível obter convergências para o modelo de Silva - Bailey, no entanto, as estimativas volumétricas mais consistentes foram obtidas a partir da equação gerada pelo ajuste do modelo de Spurr ajustado (diâmetros,  $H_t$ ,  $H_{aj}$ ).

Contudo, as estatísticas descritivas revelam que o ajuste II realizado sob o modelo de Spurr, isto é, Spurr ajustado (diâmetros,  $H_t$ ,  $H_{aj}$ ), apresenta melhores estimativas volumétricas, sendo este, o modelo mais apropriado para minimizar os resíduos encontrados nas estimativas volumétricas dos clones de *Eucalyptus sp.* do Polo Gesseiro do Araripe – PE.

## Referências bibliográficas

ABREU, J. C. Alternativas para estimar o volume de árvores individuais em formações florestais no estado de Minas Gerais. **Tese (Doutorado em Ciência Florestal)** – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG, 95 p. 2019.

ALMEIDA, A. A. A. Aplicação de modelos lineares mistos com regressão quantílica na projeção do crescimento e produção de *Eucalyptus spp.* **Dissertação (Mestrado em Planejamento e Uso de Recursos Renováveis)** - Universidade Federal de São Carlos – campus Sorocaba, Sorocaba, SP, 49 p. 2020.

ARRUDA, R. O. G. Estudo da arte do uso de redes neurais, geoestatística e de métodos de regressão na estimativa do volume da madeira. **Especialização em Manejo Florestal de Precisão.** Universidade Federal do Paraná, Curitiba, Paraná, PR, 41 p. 2018.

AZEVEDO, G. B.; SOUSA, G. T. O.; BARRETO, P. A. B.; JÚNIOR, V. C. Estimativas volumétricas em povoamento de eucalipto sob regime de alto fuste e talhadia no sudoeste da Bahia. **Pesquisa Florestal Brasileira**, Colombo, v. 31, p. 309 - 318, 2011.

BERTOLA, A. Eucalipto - 100 anos de Brasil- Setor de Inventário Florestal - **V&M Florestal Ltda.**, Curvelo - MG, 91 p. 2013.

BINOTI, M. L. M. S.; BINOTI, D. H. B.; LEITE, H. G.; GARCIA, S. L. R.; FERREIRA, M. Z.; RODE, R.; SILVA, A. A. L. Neural networks for estimating of the volume of trees. **Revista Árvore**, v. 38, n. 2, p. 283-288, 2014.

BRAINER, M. S. C. P.; Vidal, M. F.; Ferreira, O. P.; Nahuz, M. A. R. Manejo Florestal: uma possibilidade de parceria entre calcinadores e apicultores na Chapada do Araripe (PE). **Informe Rural Etene**, Banco do Nordeste, 5, 1-17. 2011.

BURKHART, H. E. Estimating growth and mortality. **In:** Inventory design and analysis. Proc. of Workshop of S.A.F. Inventory Group, Colorado State University, p. 111-124, 1974.

BUENO, L. P.; MEDANHA, J. T. R.; RODOVALHO, R. S.; CASTRO, V. G. S. Volumetric modeling for cerrado fruit. **Revista Mirante**, Anápolis (GO), v. 13, n. 1, 16 p. 2020.

CAMPOS, J. C. C.; LEITE, H. G. **Mensuração florestal: Perguntas e respostas**. Viçosa, MG: Universidade Federal de Viçosa, 407 p. 2002.

CURTO, R. A; MÔRA, R.; ARAÚJO, E. J. G.; SILVA, G. F. Treinamento na estimativa da altura de árvores de grande porte em floresta inequiânea. **Scientia Agraria Paranaensis**, v. 17, n. 2, 170 p. 2018.

CRUZ, G. S.; Ribeiro, R. B. S.; Gama, J. R. V.; Almeida, B. R. S.; Ximenes, L. C.; Gomes, K. M. A.; Bezerra, T. G. Ajuste e avaliação na estimativa volumétrica para *Lecythis lurida* (Miers) SA Mori em uma área de manejo florestal. **Advances in Forestry Science**, v. 6, n. 1, p. 549-554, 2019.

EMBRAPA. Centro Nacional de Pesquisa de Solos. **Sistema brasileiro de classificação de solos**. 2.ed. Rio de Janeiro: Embrapa Solos, 306 p. 2006.

FERREIRA, M. A aventura dos eucaliptos. **Silvicultura do eucalipto no Brasil**. Santa Maria: Ed. da UFSM, p. 11-46. 2016.

FLORIANO, E. P.; MÜLLER, I.; FINGER, C. A. G.; Schneider, P. R. Ajuste e seleção de modelos tradicionais para série temporal de dados de altura de árvores. **Ciência Florestal**, v. 16, n. 2, p. 177-199. 2006.

FOELKEL, C. E. B. Eucalipto no Brasil. **Visão agrícola**, nº4, p. 66-69. 2005.

FONTENELE, N. M. Comparação entre a produtividade e análise econômica de clones de *Eucalyptus spp.* em sistemas de alto fuste e talhadia no Polo Gesseiro do Araripe – PE. **Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais)** — Universidade Federal Rural de Pernambuco, Departamento de Ciências Florestais, Recife, PE, 62 p. 2016.

FRUTUOSO, L. M. S.; ALMEIDA, D. M.; UCELLA FILHO, J. G. M.; JUNIOR, V. C. B.; ANDRADE, G. S.; CANTO, J. L. Métodos de medição de altura em fragmento de Floresta Estacional Decidual. **Nativa**, v. 8, n. 5, p. 610-614. 2020.

GADELHA, F. H. L. Desempenho silvicultural e avaliação econômica de clones híbridos de eucaliptos plantados em diferentes regimes de manejo para fins energéticos. **Tese (Doutorado em Ciências Florestais)** - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, Pernambuco, PE, 147 p. 2014.

GADELHA, F. H. L.; SILVA, J. A. A.; FERREIRA, R. L. C. Viabilidade econômica do cultivo de clones de *Eucalyptus* em função do espaçamento e do sistema silvicultural, em Araripina – PE. **Anais da Academia Pernambucana de Ciência Agrônoma**, v. 15, n. 2, p. 105-123, 2018.

GADELHA, F. H. L. Rendimento volumétrico e energético de clones de híbridos de *Eucalyptus urophylla* (Cruzamento Natural) e *Eucalyptus brassiana* (Cruzamento Natural) na chapada do Araripe-PE. **Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais)** — Universidade Federal Rural de Pernambuco, Departamento de Ciências Florestais, Recife, PE, 65 p. 2010.

GOUVEIA, J. F. Modelos volumétricos mistos aplicados em clones de *Eucalyptus* no Polo Gesseiro do Araripe-PE. Tese **(Doutorado em Biometria e Estatística Aplicada)** – Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, Pernambuco, PE, 146 p. 2013.

HECK, T. O. Estratificação da base de dados para modelagem volumétrica aplicada ao Inventário Florestal Contínuo de *Eucalyptus spp.* **MBA em manejo florestal de precisão**, Curitiba, PR, 53 p, 2016.

HOFFMANN, R. Análise de Regressão: Uma introdução à econometria. 4 ed. São Paulo: **Hucitec**. 378 p. 2006.

LEAL, F. A.; CABACINHA, C. D.; CASTRO, R. V. O.; MATRICARDI, E. A. T. Amostragem de árvores de *Eucalyptus* na cubagem rigorosa para estimativa de modelos volumétricos. **Rev. Bras. Biom**, v. 33, n. 1, p. 91-103, 2015.

LEITE, R. S. Aplicação de modelos aditivos generalizados para locação, escala e forma em clones de *Eucalyptus spp.*, no Polo Gesseiro do Araripe – PE. **Dissertação (Mestrado em Biometria e Estatística Aplicada)** – Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, Pernambuco, PE, 63 p. 2019.

LESLIE, P. H. On the use of matrices in certain populations mathematics **Biometrika**, v. 35, p. 183–212, 1945.

MACHADO, S. A.; ACCIOLY, Y.; NASCIMENTO, R. G. M.; SILVA, L. C. R.; CARDOZO, C. C. Influência do comprimento de copa na relação hipsométrica de *Araucaria angustifolia*. **Pesquisa florestal brasileira**, v. 35, n. 83, p. 343-351, 2015.

MACHADO, S. A.; CONCEIÇÃO, M. B.; FIGUEIREDO, D. J. Modelagem do volume individual para diferentes idades e regimes de desbaste em plantações de *Pinus oocarpa*. **RECEN-Revista Ciências Exatas e Naturais**, v. 4, n. 2, p. 185-197, 2002.

MALAN, F. S. *Eucalyptus* improvement for lumber production. **Seminário internacional de utilização da madeira de eucalipto para serraria**, v. 1, p. 1-19, 1995.

MARTINS, J. F. C.; RIBEIRO, J. C.; PADILHA, C. L.; PELISSARI, A. L.; BEHLING, A.; RIBEIRO, R. Modelagem volumétrica de árvores de Acácia-Negra em povoamentos

de regiões do Rio Grande do Sul. **BIOFIX Scientific Journal**, v. 5, n. 2, p. 195-202, 2020.

MENDES, P. T. S. Modelos não lineares com erro de medidas em estimativas volumétricas de *Eucalyptus* spp. no Polo Gesseiro do Araripe. **Tese (Doutorado em Biometria e Estatística Aplicada)** – Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, Pernambuco, PE, 91 p. 2018.

MENON, M. U. Ajuste dos modelos de Kozak e do sistema Murkhart e Cao para plantações de *Pinus Oocarpa*. **Revista Ambiência**, Guarapuava, n.1, p. 197-205, 2006.

MIGUEL, E. P.; LEAL, F. A.; ONO, H. A.; LEAL, U. A. S. Modelagem na predição do volume individual em plantio de *Eucalyptus Urograndis*. **Rev. Bras. Biom**, v. 32, n. 4, p. 584-598, 2014.

MOREIRA, G. G.; LEMOS, C. D.; HAKAMADA, R. E.; SILVA, R. D.; PIRES, G. T. A qualidade de mudas clonais de *Eucalyptus urophylla* x *E. grandis* impacta o aproveitamento final de mudas, a sobrevivência e o crescimento inicial. **Série Técnica-Instituto de Pesquisas e Estudos Florestais**, v. 24, n. 45, 2016.

OLIVEIRA, B. R. Determinação do volume de cerne produzido em árvores de *Tectona grandis* L. f. em Mato Grosso. **Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais e Ambientais)** – Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá, MT, 59 p. 2014.

OLIVEIRA, R. C. A.; RODE, R.; GAMA, J. R. V.; ALMEIDA, E. C. Equações volumétricas para *Couratari stellata* AC Smith (Tauari) na Floresta Nacional do Tapajós. **Nativa, Sinop**, v. 5, n. 2, p. 138-144, 2017.

OLIVEIRA, T. A.; LEITE, R. S.; PEIXOTO, A. P. B.; NASCIMENTO, K. K. F.; GOMES, D. A.; SANTOS, A. L. P.; SANTOS, F. S. Modelo Sinh-Arcsinh original (SHASHo) aplicado ao Volume ( $m^3$ ) de *Eucalyptus* spp. **Sigmae**, v. 8, n. 2, p. 418-426, 2019.

PELISSARI, A. L.; LANSSANOVA, L. R.; DRESCHER, R. Modelos volumétricos para *Pinus tropicais*, em povoamento homogêneo, no Estado de Rondônia. **Pesquisa Florestal Brasileira**, v. 31, n. 67, p. 173, 2011.

Philodendros. **Clinômetros Analógicos**. Disponível em:

[http://cmq.esalq.usp.br/Philodendros/doku.php?id=equipamentos:clinometros:clinometros\\_analogicos](http://cmq.esalq.usp.br/Philodendros/doku.php?id=equipamentos:clinometros:clinometros_analogicos). 2018. Acesso em 16 de outubro de 2019.

PLÁCIDO, A. C.; BARTOSZECK, S.; MACHADO, S. A.; FIGUEIREDO FILHO, A.; OLIVEIRA, E. B. Modelagem da relação hipsométrica para bracatingais da região metropolitana de Curitiba-PR. **Floresta**, v. 32, n. 2, 16 p, 2002.

PRODAN, M.; PETERS, R.; COX, F.; REAL, P. **Mensura Forestal**. GTZ/IICA. Serie Investigación y Educación en Desarrollo Sostenible. San José, Costa Rica. p. 586. 1997.

R Core Team (2019). **R: A language and environment for statistical computing**. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. URL: <https://www.R-project.org/>.

REGAZZI, A. J. Teste para verificar a identidade de modelos de regressão e a igualdade de alguns parâmetros num modelo polinomial ortogonal. **Ceres**, v. 40, n. 228, 10 p. 2015.

SALES, F.C. V.; SILVA, J. A. A.; FERREIRA, R. L. C.; GADELHA, F. H. L. Ajustes de modelos volumétricos para o clone *Eucalyptus grandis* x *E. urophylla* cultivados no Agreste de Pernambuco. **Floresta**, v. 45, n. 4, p. 663-670, 2015.

SANTOS, C. S. A. Modelos simétricos transformados não lineares com aplicação na estimativa volumétrica em híbrido de *Eucalyptus tereticornis* no Pólo gesseiro do Araripe PE. **Dissertação (Biometria e Estatística Aplicada)** — Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, PE, 94 p. 2010.

SANTOS, G. A.; RESENDE, M. D. V.; SILVA, L. D.; HIGA, A., ASSIS, T. F. Adaptabilidade de híbridos multiespécies de *Eucalyptus* ao Estado do Rio Grande do Sul. **Revista Árvore**, v. 37, n. 4, p. 759-769, 2013.

SCHLAEGEL, B. E. Testing, reporting, and using biomass estimation models. In: **Proceedings...1981 Southern Forest Biomass Workshop**, Clemson University, p. 95-112.

SCHUMACHER, F. X.; HALL, F. S. Logarithmic expression of timber volume. **Journal of Agricultural Research**, Punjab, v. 47, n. 9, p. 719-734, 1933.

SCOTT, A. J.; KNOTT, M. A cluster analysis method for grouping means in the analysis of variance. **Biometrics**, p. 507-512, 1974.

SILVA, J. A. A. **Dynamics of stand structure in fertilized slash pine plantations**. 1986. 133f. Thesis (Doctor of Philosophy) – University of Georgia, Athens, 1986.

SILVA, J. A. A. Potencialidades de Florestas Energéticas de *Eucalyptus* no Polo Gesseiro do Araripe – Pernambuco. **Anais da Academia Pernambucana de Ciência Agrônômica**, Recife, v. 5 e 6, p. 301-319, 2008/2009.

SILVA, J. W. L. Modelagem da biomassa e da quantidade de carbono de clones de *Eucalyptus* da Chapada do Araripe – PE. **Dissertação (Mestrado em Biometria e Estatística Aplicada)** – Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, Pernambuco, PE, 105 p. 2016.

SILVA, R. C.; RIBEIRO, R. B. D. S.; XIMENES, L. C. Ajuste de equações volumétricas para diferentes seccionamentos de tora em uma floresta sob manejo florestal comunitário. **Acta Tecnológica**, v. 12, n. 2, p. 85-102, 2018.

SILVA, E. R. A. C.; SILVA, J. F.; LIMA, C. E. S.; LIMA, M. C. G. Análise estatística dos dados de precipitação da estação pluviométrica de Araripina-PE. **Editora Itacaiúnas**, p. 42-49, 2019.



SINDUSGESSO. **Governo promove fórum para debater desenvolvimento do Polo Gesseiro do Araripe**. Disponível em: <<http://www.sindusgesso.org.br/governo-promove-forum-para-debater-desenvolvimento-do-polo-gesseiro-do-araripe/>>. 2017.

SOARES, C. P. B.; PAULA NETO, F.; SOUZA, A. L. Dendrometria e inventário florestal. **Editora UFV, Viçosa**, 276 p. 2006.

SOARES, K. L.; COSTA, L. S.; ARAÚJO, M. S., JÚNIOR, J. E. D. C., INTERAMNENSE, M. T. Modelagem hipsométrica de *Eucalyptus grandis* W. Hill ex Maiden. no sudeste do estado de Goiás. **Journal of Neotropical Agriculture**, v. 4, n. 5, p. 51-58, 2017.

SOUZA, A. S.; SANTOS, J. X.; SOUZA, D. V. Modelagem da relação hipsométrica para um povoamento do híbrido de eucalipto na Amazônia brasileira. **Biofix scientific journal**, v. 2, n. 1, p. 44-53, 2017.

SOUZA, H. S.; DRESCHER, R.; VENDRUSCOLO, D. G. S.; MOURA, J. P. V. M.; SIQUEIRA, T. A. S.; MAMORÉ, F. M. D. Comparison of cubing methods for eucalyptus. **Rev. Bras. Biom.**, Lavras, v.35, n.1, p.17-26, 2017.

STEPKA, T. F.; ZENY JUNIOR, G. A.; LISBOA, G. S.; CERQUEIRA, C. L.; PESCK, V. A.; ROIK, M. Modelos volumétricos e funções de afilamento para *Pinus taeda* L. na região Dos Campos Gerais, Paraná, Brasil. **Espacios**, v. 38, n. 21, p. 26-34, 2017.

VENDRUSCOLO, D. G. S.; CHAVES, A. G. S.; MEDEIROS, R. A.; SILVA, R. D.; SOUZA, H. S.; DRESCHER, R.; LEITE, H. G. Estimativa da altura de árvores de *Tectona grandis* Lf utilizando regressão e redes neurais artificiais. **Nativa**, v. 5, n. 1, p. 52-58, 2017.

## APÊNDICE

### Modelo de Silva-Bailey

Silva (1986) estudando o crescimento de *Pinus elliottii* Engelm var. *elliottii* em função de diferentes fontes de nutrientes, considerou a ideia de dinâmica de populações proposta por Leslie (1945) que diz que para qualquer distribuição arbitrária no tempo  $i$ , a estrutura de uma população pode ser expressa na forma de  $n + 1$  equações lineares, em que de  $n$  para  $n + 1$  é o último grupo de idade na tabela de distribuição etária.

O modelo expressa o tamanho da população ( $Y_{i+1}$ ) no tempo  $i + 1$  como função do tamanho da população no tempo  $i$  ( $Y_i$ ) da taxa de sobrevivência ( $S$ ), do número médio de recrutamentos ( $F$ ) produzido na população no tempo  $i$ . Sua expressão é:

$$Y_{i+1} = Y_i(SF)^n$$

Em populações florestais o problema de recrutamento (nascimento ou imigração) no período de investigação é desprezível, bem como migração, que são fenômenos comuns em populações animais (móveis). Ocorre mortalidade, mas essa pode ser mais bem estimada que em populações móveis. Desta forma Silva (1986) considerou o plantio de *Pinus elliottii* como uma população fechada e o parâmetro  $F$  sendo retirado do modelo.

O parâmetro  $S$  é desconhecido e depende da taxa de mortalidade, que pode ser regular ou irregular (BURKHART, 1974). Mortalidade regular é resultante de fatores tais como densidade de plantio, qualidade do sítio, tratamentos silviculturais, etc, enquanto que, mortalidade irregular é devida a eventos catastróficos como fogo, doenças, pragas, ventos, etc.

Em populações animais, geralmente o parâmetro  $S$  é estimado pelos modelos de Beverton, Ricker e Schaefer (SILVA, 1986), que são expressos como:

Beverton

$$Y_f = Y_i \cdot (\alpha + \beta \cdot Y_i)^{-t_f} + \varepsilon_i$$

Ricker

$$Y_f = Y_i \cdot [\alpha \cdot \exp(-\beta \cdot Y_i)]^{t_i} + \varepsilon_i$$

Schaefer

$$Y_f = Y_i(\alpha - \beta \cdot Y_i)^{t_f} + \varepsilon_i$$

Em que,

$Y_i$  é o tamanho da população em um tempo inicial  $i$ ;

$Y_f$  é o tamanho da população em um tempo futuro  $f$ .

Estes modelos foram ajustados no plantio de *Pinus elliottii*. Em todas as situações analisadas, a estimativa do parâmetro  $\beta$  não diferiu de zero, reduzindo todos os modelos a:

$$Y_f = Y_i \alpha^t$$

Que sugeriu a equação diferencial

$$\frac{dY}{dt} = \gamma Y \alpha^t \quad (1)$$

Que se traduz por: a taxa de crescimento ou mortalidade é proporcional a uma condição inicial vezes uma função exponencial da idade ( $t$ ).

A solução para (1) é a seguinte:

$$\frac{dY}{dt} = \gamma Y \alpha^t$$

$$\frac{dY}{Y} = \gamma \alpha^t dt$$

$$\int_{Y_i}^{Y_f} \frac{dY}{Y} = \gamma \int_{t_i}^{t_f} \alpha^t dt$$

$$\ln Y \Big|_{Y_i}^{Y_f} = \gamma \frac{\alpha^t}{\ln \alpha} \Big|_{t_i}^{t_f}$$

Considerando  $\frac{\gamma}{\ln \alpha} = \kappa$  tem-se que:

$$\ln Y_f - \ln Y_i = \kappa (\alpha^{t_f} - \alpha^{t_i})$$

$$\ln Y_f - \ln Y_i = \kappa (\alpha^{t_f} - \alpha^{t_i})$$

$$\ln Y_f = \ln Y_i + \kappa (\alpha^{t_f} - \alpha^{t_i})$$

e adicionando o erro  $\varepsilon_i$ , tem-se que

$$Y_f = Y_i e^{\kappa (\alpha^{t_f} - \alpha^{t_i})} + \varepsilon_i$$

Para situações em estudos pontuais, isto é, que não envolvem medidas repetidas ao longo do tempo (t), o modelo é traduzido por:

$$Y_i = \beta_0 e^{\beta_1 \beta_2^{X_i}} + \varepsilon_i$$

Em que,

$X_i$  é a variável independente

Quando comparados os modelos de Silva-Bailey e Chapman-Richards, um dos mais usados em modelagem florestal, ambos apresentaram estimativas semelhantes, quer seja nas estimativas de mortalidade ou crescimento em área basal.